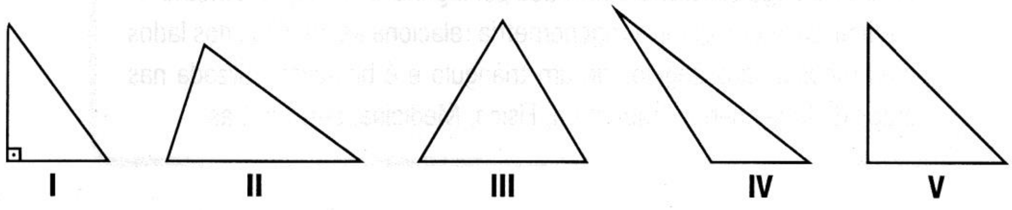
GEOMETRIA - TRIGONOMETRIA

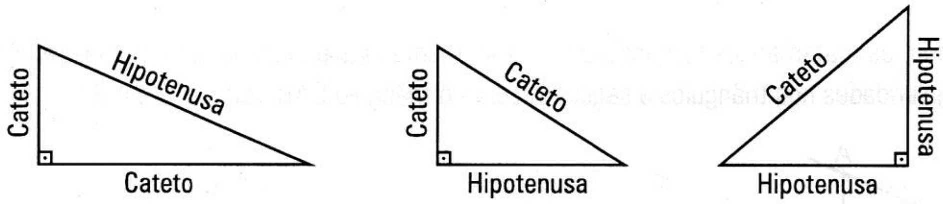
Sequência Didática 1 – TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Atividade 1

a) Entre os triângulos abaixo, quais são chamados de triângulos retângulos? Justifique. *(utilize o transferidor se achar necessário)*



b) A seguir há três triângulos, todos retângulos. Um aluno anotou neles como são conhecidos seus lados:



Observe essas anotações e, quando necessário, faça as correções. Afinal, o que é hipotenusa e o que é cateto de um triângulo retângulo?

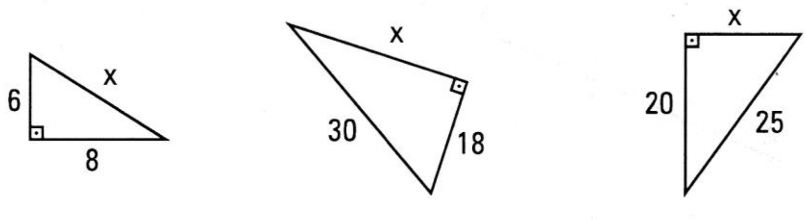
____

____

____

c) Você, certamente, já ouviu falar do Teorema de Pitágoras, não é mesmo?

Em cada um dos triângulos abaixo, encontre a medida do lado que não está indicada, usando essa relação entre as medidas da hipotenusa e dos catetos de um triângulo retângulo.



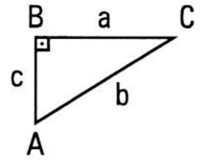
d) Você já ouviu falar na palavra **trigonometria**? O que ela significa? *(Pesquise em diferentes fontes: dicionário, livro didático, internet etc.)*

____

____

Fique sabendo que...

Em todo triângulo retângulo ABC, com ângulo reto em B e lados com medidas a, b e c, temos que:

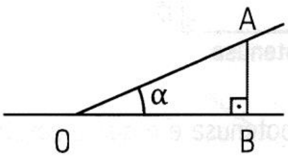


- AC é chamada de **hipotenusa** do triângulo
- AB e BC são os **catetos**
- $b^2 = a^2 + c^2$

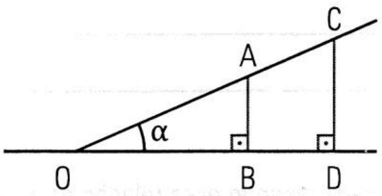
A palavra **trigonometria** é formada por *trigono* = triângulo e *metria* = medida. De modo geral, a trigonometria relaciona as medidas dos lados e as medidas dos ângulos de um triângulo e é bastante utilizada nas áreas de Engenharia, Arquitetura, Física, Medicina, entre outras.

Atividade 2

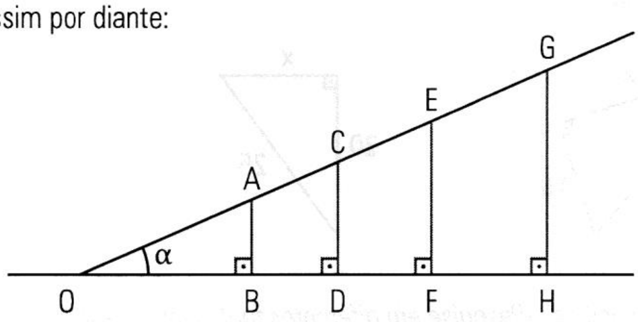
a) Ao longo da história, os matemáticos fizeram muitas experimentações e observaram algumas regularidades. Vamos investigar se há regularidades nos triângulos a seguir. Observe o triângulo OAB, retângulo em B:



A partir dele, foi criado o triângulo OCD, retângulo em D:



E assim por diante:



a_1) Com uma régua, encontre as medidas indicadas a seguir e a razão entre elas:

$\frac{AB}{AO}; \frac{CD}{CO}; \frac{EF}{EO}; \frac{GH}{GO}$

a_2) Faça o mesmo para as razões:

$\frac{AB}{OB}; \frac{CD}{OD}; \frac{EF}{OF}; \frac{GH}{OH}$

O que você observou ao comparar as razões?

Em todo triângulo retângulo, com ângulos de medidas **90°**, $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$, temos um cateto chamado de *cateto oposto* ao ângulo $\boldsymbol{\alpha}$ e outro chamado de *cateto adjacente* ao ângulo $\boldsymbol{\alpha}$. O mesmo ocorre com o ângulo $\boldsymbol{\beta}$.

b_1) Represente um triângulo retângulo com tais dados e indique esses catetos.

b_2) No item (a_1), as razões envolvem:

( ) $\frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$ ( ) $\frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{cateto oposto a } \alpha}$

( ) $\frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$ ( ) $\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto a } \alpha}$

No item (a_2), as razões envolvem:

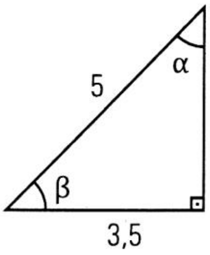
( ) $\frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$ ( ) $\frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha}$

( ) $\frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$ ( ) $\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto a } \alpha}$

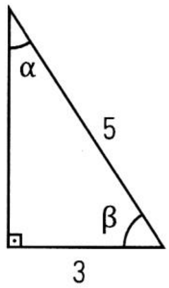
c) Uma das relações trigonométricas mais conhecidas é o **seno**. O seno do ângulo α, em um triângulo retângulo, é a razão entre as medidas do cateto oposto ao ângulo α e a medida da hipotenusa deste triângulo.

Em cada um dos triângulos seguintes, identifique o cateto oposto a α e a hipotenusa e calcule sen α.

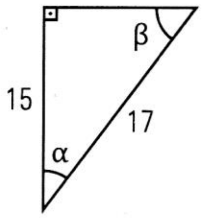
c_1)



c_2)



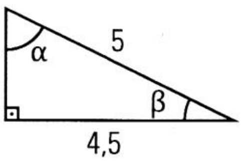
c_3)



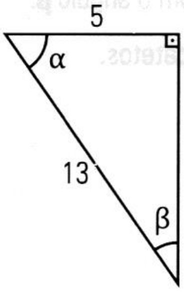
d) Outra relação trigonométrica é o **cosseno**. O cosseno do ângulo β, em um triângulo retângulo, é a razão entre as medidas do cateto adjacente ao ângulo β e a medida da hipotenusa deste triângulo.

Em cada um dos triângulos seguintes, identifique o cateto adjacente e a hipotenusa e calcule cos β.

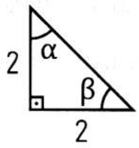
d_1)



d_2)



d_3)



e) Desenhe um triângulo de lados 6 cm, 8 cm e 10 cm. Esse triângulo é retângulo? ____________ Como é possível saber?

____

Escolha um dos ângulos agudos desse triângulo e chame-o de ω (ômega).

Determine:

sen ω =

cos ω =

Agora, vamos encontrar a razão entre as medidas dos catetos:

$$\frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \omega}{\text{cateto adjacente ao ângulo } \omega} =$$

Prove que essa relação é equivalente à relação $\dfrac{\text{sen } \omega}{\cos \omega} =$

Essa é mais uma relação trigonométrica. Ela é chamada de **tangente** do ângulo.

Desenhe um triângulo retângulo qualquer. Com uma régua, encontre as medidas de seus lados e, em seguida, encon as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente dos ângulos que não são retos nesse triângulo.

Fique sabendo que...

Em todo triângulo retângulo, em que um dos ângulos mede α, vale que:

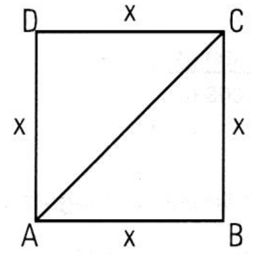
$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha}$$

ATIVIDADE 3

a) O quadrado ABCD a seguir tem lado com medida igual a x. Usando o que já foi discutido anteriormente, calcule:



Uma dica: a medida AC pode ser encontrada em relação a x.

AC é, ao mesmo tempo, a diagonal do quadrado ABCD e a hipotenusa do triângulo ABC e do triângulo ADC.

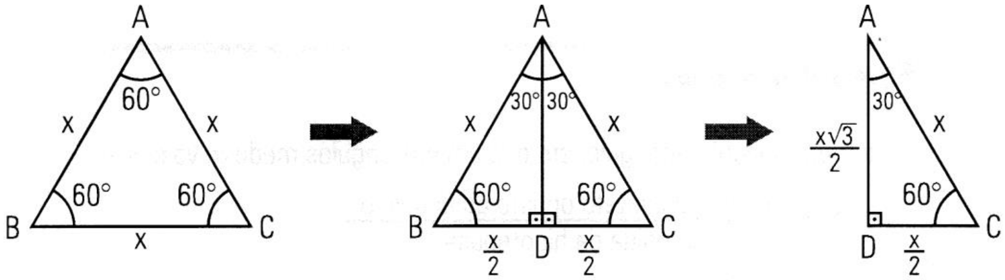
a_1) A medida AC

a_2) A medida do ângulo CAB

a_3) sen 45°

a_4) cos 45°

b) Observe as relações obtidas a partir da decomposição de um triângulo equilátero ABC, com lado de medida igual a x:



ra, calcule:

b_1) sen 30°

b_2) cos 30°

b_3) sen 60°

b_4) cos 60°

Retome as atividades anteriores e explique como podemos calcular, a partir do seno e do cosseno de um ângulo,

c_1) a tangente desse ângulo

c_2) tg 45°

c_3) tg 30°

c_4) tg 60°

Fique sabendo que...

Em todo triângulo retângulo, em que um dos ângulos mede α, vale que:

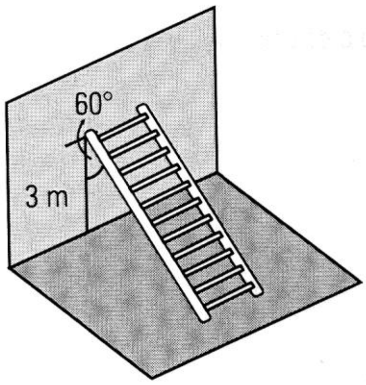
$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

Os valores mais usados são:

	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Atividade 4

a) Uma escada está encostada em uma parede formando um ângulo de 60°, conforme ilustrado:

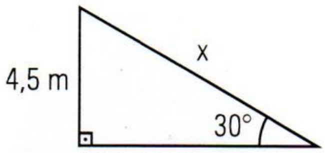


Para calcular o comprimento desta escada, pode-se utilizar o valor de cosseno de (
uma vez que queremos saber a medida da hipotenusa e temos a medida do cham
cateto adjacente.

Calcule, então, o comprimento que falta.

b) Considere a seguinte situação: em uma estação de metrô há uma escada rolante que forma um ângulo de 30° com o chão e liga um andar a outro. A altura do andar mais baixo é de 4,5 metros. Procura-se o comprimento dessa escada rolante.

Para chegar à solução, um aluno fez o seguinte esboço:



Responda:

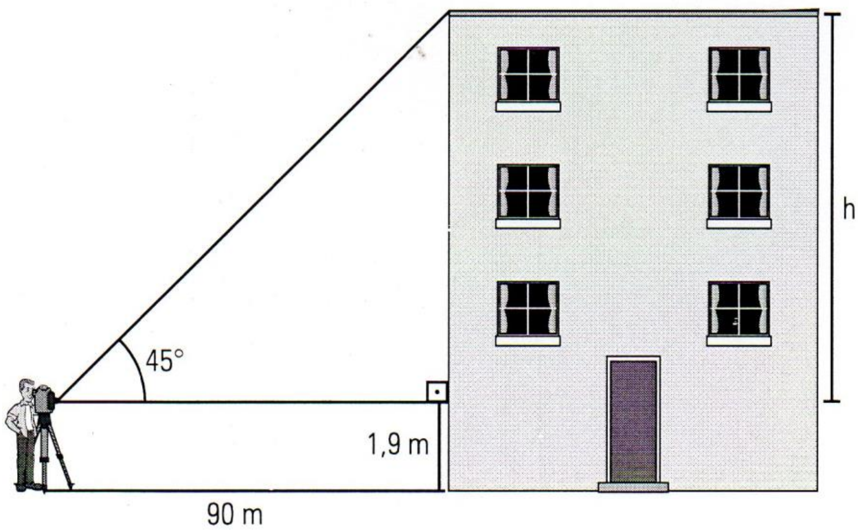
Você concorda com esse esboço? Em caso afirmativo, encontre o comprimento da parte que enxergamos da escada. Em caso negativo, faça a correção necessária antes de calcular esse comprimento.

c) Você já ouviu falar em Teodolito?

Veja o que diz o dicionário Michaelis: *"Instrumento destinado a medir ângulos horizontais e verticais, bem como determinar distâncias e alturas, bastante usado em trabalhos geodésicos e topográficos."*

Considerando as discussões e aprendizagens, resolva mais uma situação:

Marcos está fazendo medições em seu teodolito. A partir das informações ilustradas, calcule a altura do prédio.



Uma dica: "h" não é a altura do prédio, mas pode ser calculado primeiro.

Crie um problema, baseado em uma situação real e que possa ser resolvido por meio das relações trigonométricas que você conhece.

Fique sabendo que...

Existe uma tabela trigonométrica que pode ser consultada a fim de se resolver problemas em triângulos retângulos com outras medidas de ângulos além dos ângulos notáveis.

ANEXO - TABELA DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Ângulo	Sen	Cos	Tg
1°	0,0175	0,9998	0,0175
2°	0,0349	0,9994	0,0349
3°	0,0523	0,9986	0,0524
4°	0,0698	0,9976	0,0699
5°	0,0872	0,9962	0,0875
6°	0,1045	0,9945	0,1051
7°	0,1219	0,9925	0,1228
8°	0,1392	0,9903	0,1405
9°	0,1564	0,9877	0,1584
10°	0,1736	0,9848	0,1763
11°	0,1908	0,9816	0,1944
12°	0,2079	0,9781	0,2126
13°	0,2250	0,9744	0,2309
14°	0,2419	0,9703	0,2493
15°	0,2588	0,9659	0,2679
16°	0,2756	0,9613	0,2867
17°	0,2924	0,9563	0,3057
18°	0,3090	0,9511	0,3249
19°	0,3256	0,9455	0,3443
20°	0,3420	0,9397	0,3640
21°	0,3584	0,9336	0,3839
22°	0,3746	0,9272	0,4040
23°	0,3907	0,9205	0,4245
24°	0,4067	0,9135	0,4452
25°	0,4226	0,9063	0,4663
26°	0,4384	0,8988	0,4877
27°	0,4540	0,8910	0,5095
28°	0,4695	0,8829	0,5317
29°	0,4848	0,8746	0,5543
30°	0,5000	0,8660	0,5774
31°	0,5150	0,8572	0,6009
32°	0,5299	0,8480	0,6249
33°	0,5446	0,8387	0,6494
34°	0,5592	0,8290	0,6745
35°	0,5736	0,8192	0,7002
36°	0,5878	0,8090	0,7265
37°	0,6018	0,7986	0,7536
38°	0,6157	0,7880	0,7813
39°	0,6293	0,7771	0,8098
40°	0,6428	0,7660	0,8391
41°	0,6561	0,7547	0,8693
42°	0,6691	0,7431	0,9004
43°	0,6820	0,7314	0,9325
44°	0,6947	0,7193	0,9657
45°	0,7071	0,7071	1

Ângulo	Sen	Cos	Tg
46°	0,7193	0,6947	1,0355
47°	0,7314	0,6820	1,0724
48°	0,7431	0,6691	1,1106
49°	0,7547	0,6561	1,1504
50°	0,7660	0,6428	1,1918
51°	0,7771	0,6293	1,2349
52°	0,7880	0,6157	1,2799
53°	0,7986	0,6018	1,3270
54°	0,8090	0,5878	1,3764
55°	0,8192	0,5736	1,4281
56°	0,8290	0,5592	1,4826
57°	0,8387	0,5446	1,5399
58°	0,8480	0,5299	1,6003
59°	0,8572	0,5150	1,6643
60°	0,8660	0,5000	1,7321
61°	0,8746	0,4848	1,8040
62°	0,8829	0,4695	1,8807
63°	0,8910	0,4540	1,9626
64°	0,8988	0,4384	2,0503
65°	0,9063	0,4226	2,1445
66°	0,9135	0,4067	2,2460
67°	0,9205	0,3907	2,3559
68°	0,9272	0,3746	2,4751
69°	0,9336	0,3584	2,6051
70°	0,9397	0,3420	2,7475
71°	0,9455	0,3256	2,9042
72°	0,9511	0,3090	3,0777
73°	0,9563	0,2924	3,2709
74°	0,9613	0,2756	3,4874
75°	0,9659	0,2588	3,7321
76°	0,9703	0,2419	4,0108
77°	0,9744	0,2250	4,3315
78°	0,9781	0,2079	4,7046
79°	0,9816	0,1908	5,1446
80°	0,9848	0,1736	5,6713
81°	0,9877	0,1564	6,3138
82°	0,9903	0,1392	7,1154
83°	0,9925	0,1219	8,1443
84°	0,9945	0,1045	9,5144
85°	0,9962	0,0872	11,4301
86°	0,9976	0,0698	14,3007
87°	0,9986	0,0523	19,0811
88°	0,9994	0,0349	28,6363
89°	0,9998	0,0175	57,29
90°	1	0	–