Índice

Conceitos Gerais

A Física é uma das ciências que estudam a natureza. Tudo o que acontece na natureza chama-se *fenômeno natural*. As fases da Lua devido ao seu movimento orbital periódico em torno da Terra são fenômenos naturais, assim como as descargas elétricas na atmosfera (raios), o arco-íris no céu depois de uma chuva forte e a queda de uma maçã que se desprendeu de seu galho. As metas da Física, portanto, resumem-se a observar, descrever, entender e encontrar as leis gerais por trás das regularidades dos fenômenos naturais.

- **Grandezas**

Uma grandeza é algo que pode ser medido, como, por exemplo, a distância, o tempo, a massa, a pressão, a intensidade de corrente elétrica. Porém amor, dor, sentimentos, entre outros, não podem ser medidos quantitativamente.
As grandezas podem ser classificadas como *escalares* ou *vetoriais*.

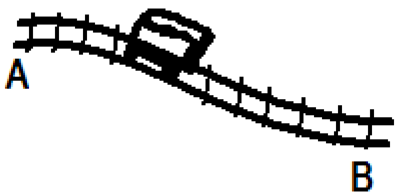
- **Grandeza escalar**

É definida através de seu número e de sua unidade.
Ex.: Massa = 2,0 kg
Temperatura = 40º C
Tempo = 2 h

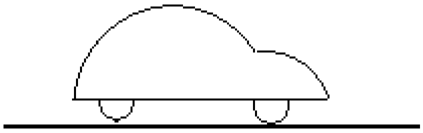
- **Grandeza vetorial**

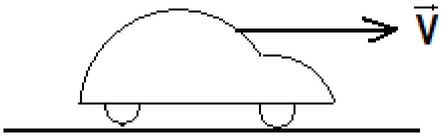
Definida através de seu número, sua unidade, direção e sentido.
O número e a unidade fazem o módulo do vetor ou intensidade.
A direção é a reta suporte do sentido (horizontal ou vertical) e o sentido é a opção feita na direção (para cima, para baixo, para direita ou para esquerda).

Obs.: Os trilhos de uma linha férrea formam uma direção (o trem tem que andar nos trilhos, não há como sair deles), mas nessa direção há dois sentidos de A para B ou de B para A.

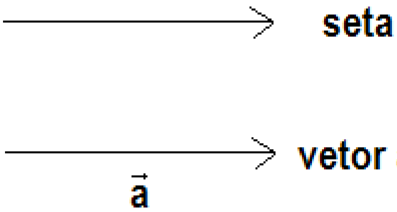


Ao indicar uma velocidade é preciso colocar uma seta para indicar o movimento.
Essa seta receberá uma letra com outra setinha em cima e será chamada de vetor velocidade.





Assim, basicamente a diferença entre a seta e o vetor é a letra ao lado da seta.



Obs.: As unidades de medida são muito importantes, logo não devemos confundi-las. O Sistema Internacional (S.I.) de medidas deve ser usado, pois é o padrão internacional, mas em alguns casos são utilizadas outras unidades (chamadas “usuais”).

Exemplo de unidades S.I. e usuais.

Grandeza	Unidade S.I.	Usual
Massa	kg	g
Tempo	s	h
Comprimento	m	km
Velocidade	m/s	km/h
Temperatura	K	ºC

Obs.: Na resolução de exercícios não devemos misturar unidades. Por exemplo: se há uma aceleração em m/s^2 não podemos utilizar a velocidade em km/h na mesma equação. É aconselhável passar todas as unidades para o S.I.

- **Operações Vetoriais**

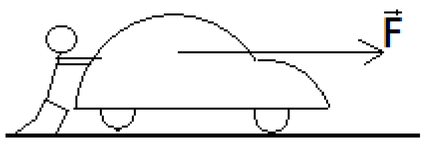
As operações comuns de adição, subtração e outras podem ser efetuadas naturalmente com grandezas escalares.

Ex.: 2,0 kg + 3,0 kg = 5,0 kg

Obs.: Só é possível fazer contas com grandezas de mesma dimensão e unidade, isto é, não existe soma entre massa com tempo ou m/s com km/h.

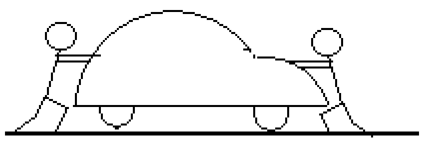
Para as grandezas vetoriais as operações precisam ser analisadas a partir do desenho vetorial que representam.

Por exemplo, uma pessoa está empurrando um carro com uma força de 100 N.



Se outra pessoa empurrar com 100 N o resultado é 200 N?

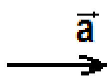
Depende, observe:



No caso acima, a resultante é zero, pois cada pessoa está empurrando o carro, ou seja, exercendo uma força no carro no valor de 100 N. Como as duas forças estão em um mesmo plano (na mesma direção) e em sentidos opostos, ao subtrairmos as forças obteremos uma *força resultante* nula. Pode-se concluir que a resultante será 200 N se a outra pessoa empurrar do mesmo modo que a primeira (igual direção e sentido).
As operações com vetores dependem de sua direção e sentido, portanto é muito importante que haja um desenho esquemático do problema para que seja realizada a resolução algébrica.

- **Multiplicação de um escalar por um vetor**

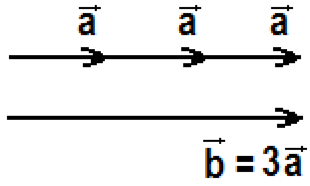
Supondo o vetor $\vec{a}$ abaixo:



Direção: Horizontal
Sentido: Para direita
Módulo ou intensidade: a = 1 unidade de medida (u.m.)

[para simplificar vamos escrever o módulo de $|\vec{a}|$ apenas como a.]

Calculando o módulo do vetor $\vec{b}$ tal que $\vec{b} = 3\vec{a}$ (o vetor b é o resultado da multiplicação do número (escalar) 3 pelo vetor a).
Ex.:



Portanto, pode-se concluir que o resultado do módulo de b vale 3 unidades.

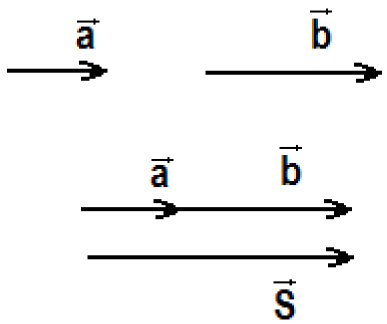
Obs.: É importante notar que quando se multiplica um vetor por um número escalar, sua direção e sentido não são alterados, porém caso o escalar seja negativo, a direção do vetor permanece a mesma, mas seu sentido será invertido.

Ex.: Seja um vetor $\vec{a} = 1u.m.$ Definindo o vetor $\vec{b} = 3\vec{a}$, então $\vec{b}$ possui 3 vezes o tamanho de $\vec{a}$, com o mesmo sentido e direção.
Sendo $\vec{c} = -3\vec{a}$, então $\vec{c}$ possui 3 vezes o tamanho de $\vec{a}$, com mesma direção e sentido oposto de $\vec{a}$. Logo, podemos dizer que os vetores $\vec{c}$ e $\vec{b}$ possuem módulos e direções iguais, porém seus sentidos são opostos.

Assim, em uma fórmula como $\vec{F} = m\vec{a}$ deve-se notar que a força *F* e a aceleração *a* terão sempre mesma direção e mesmo sentido, pois a massa é um escalar positivo. Contudo, em outra fórmula, como por exemplo, $\vec{F} = q\vec{E}$ onde a carga *q* pode ser negativa ou positiva, o vetor da força F pode ter o mesmo sentido do campo *E* (carga positiva) ou sentido oposto (carga negativa). É importante perceber que a multiplicação de um escalar por um vetor não muda a direção do vetor. Pode mudar apenas o sentido se o escalar for negativo.

- **Adição de vetores:**
  - **Mesma direção e sentido**

Neste caso é feita a soma algébrica dos vetores.

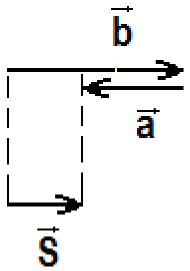


a = 1 u.m.

b = 2 u.m.

S = a + b = 3 u.m.

- **Mesma direção e sentidos opostos**

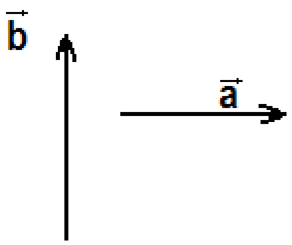


S = b – a = 1 u.m.

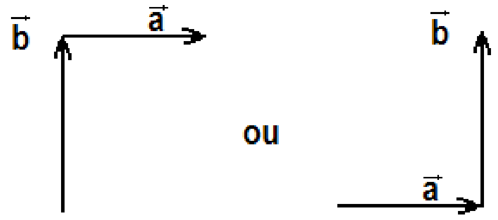
Obs.: Embora a conta seja uma conta de subtração o desenho é o vetor soma. Isto acontece porque a soma vetorial não representa uma soma escalar comum.

- **Direções perpendiculares**

a = 3 u.m.
b = 4 u.m.

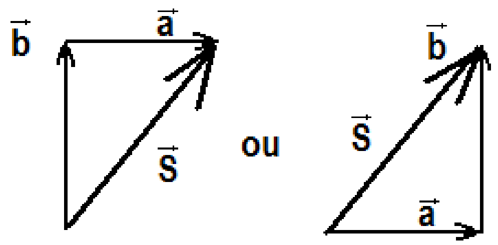


O vetor soma é dado pela junção dos vetores, sempre colocando a ponta do primeiro vetor junto do final do 2° vetor como na figura abaixo:

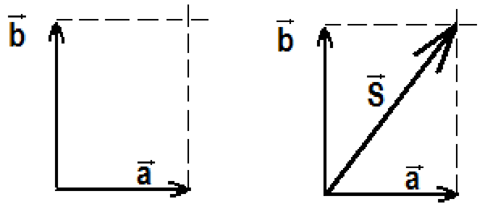


O vetor Soma (S) será representado graficamente como uma seta que liga o final do 1° vetor ao início do 2° vetor.

Assim:



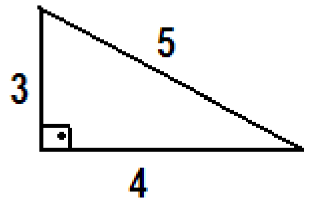
Isso é equivalente a fazer a regra do paralelogramo, onde se traçam retas paralelas aos vetores.

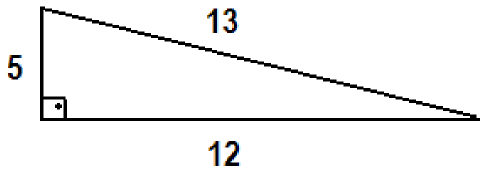


Para calcular o valor do vetor S (seu módulo) é preciso usar o Teorema de Pitágoras:

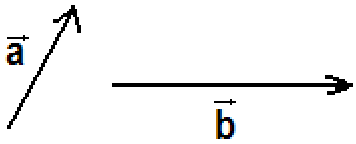
$S^2 = a^2 + b^2$ $S^2 = 9 + 16 = 25$ $S = 5$ u.m.

Obs.: Vestibulares usam muito os triângulos pitagóricos com números inteiros e seus múltiplos.



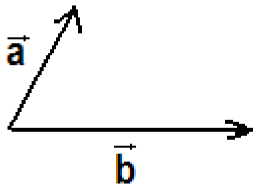


- **Direções quaisquer**

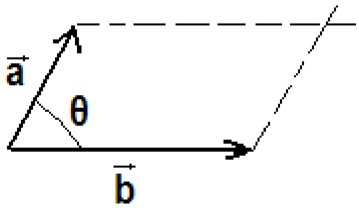


Diferentemente do caso anterior, agora é útil usar a Regra o Paralelogramo, uma vez que não é possível aplicar Pitágoras.

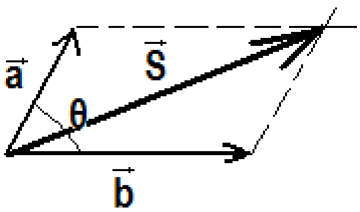
Sendo assim, os vetores devem ser colocados de tal forma que estejam unidos pela origem.



São traçadas retas paralelas aos vetores;



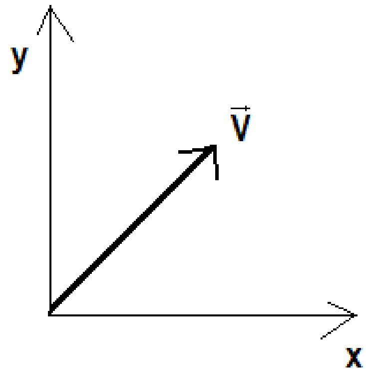
O vetor S será o vetor que tem como origem o encontro das origens dos demais vetores e como fim o encontro das retas paralelas aos vetores.



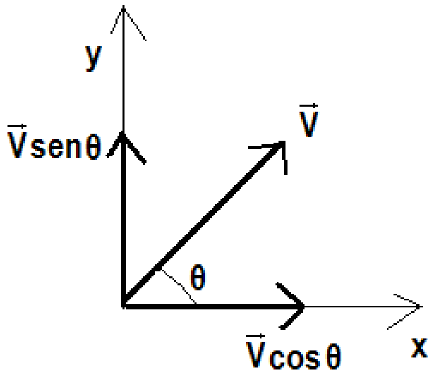
Desta forma é possível calcular o módulo de $\vec{S}$ utilizando a fórmula a seguir:

$$S^2 = a^2 + b^2 + 2.a.b.\cos\theta$$

Obs.: Decomposição Vetorial. Fazer a decomposição é projetar o vetor em suas componentes ortogonais (eixo x e y).

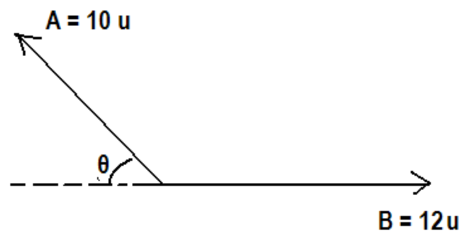


Usa-se o ângulo para escrever as componentes.



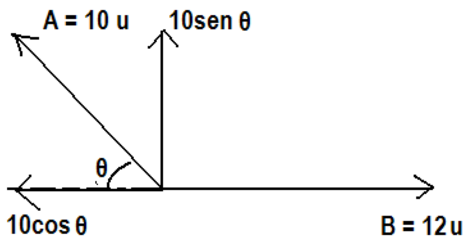
Outro modo de fazer a soma de vetores de direções diferentes é fazer a decomposição vetorial e aplicar a soma de vetores perpendiculares

Exercício resolvido
Qual o resultado da soma dos vetores A e B? Dados senθ = 0,8 e cosθ = 0,6



a) 6 u
b) 8 u
c) 10 u
d) 12 u

Solução:
Primeiro a decomposição vetorial de A:

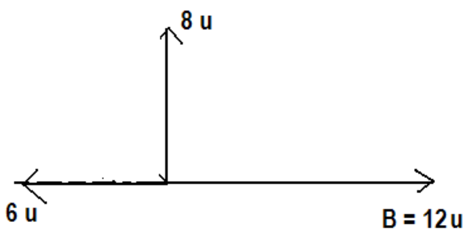


Em seguida, é feito o cálculo das componentes;

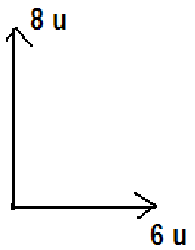
$$10.\,cos\theta = 10.\,0{,}6 = 6\ u$$

$10.\,sen\theta = 10.\,0{,}8 = 8\ u$

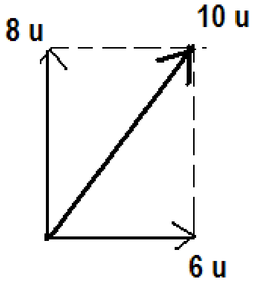
Substituindo no esquema acima o vetor A por suas componentes;



Resolvendo a parte horizontal;



Aplicando a soma dos vetores perpendiculares (Teorema de Pitágoras)



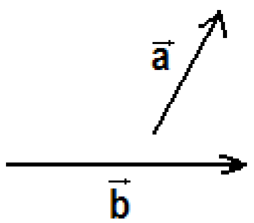
Resposta: 10 u
Letra C

- **Subtração de vetores:**

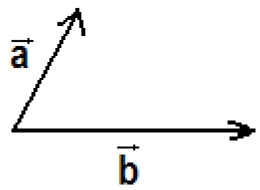
A subtração de vetores pode ser entendida como a soma de um vetor com seu sentido contrário.

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

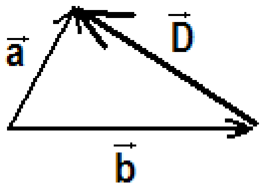
Agora, supondo um vetor $\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$.



Unindo os vetores pela origem.



O desejado é o vetor $\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$, este vetor pode-se ser representado como sendo um vetor que vai do final do vetor $\vec{b}$ ao final do vetor $\vec{a}$.



- **Ordem de Grandeza**

É a potência de 10 mais próxima do valor esperado.
Supondo uma situação que se queira saber a altura de um prédio, qual seria o procedimento para uma resposta satisfatória e ao mesmo tempo crível? Uma maneira é estimar uma altura para um andar e multiplicá-la pelo número de andares do prédio. Embora seja um método simples e eficaz, nem sempre é possível aplicá-lo. Para esse tipo de situação, existe a Ordem de Grandeza (O.G.) para que possa servir de parâmetro de valor próximo. A O.G. não é um valor exato, é uma aproximação escrita em forma de potência de 10.

Ex.: Qual a ordem de grandeza do número de pessoas que cabem em uma sala de aula?

Tomando como base as potências de 10, temos:

$10^0 = 1$, uma estimativa válida, porém muito baixa para uma sala de aula.

$10^1 = 10$, também é válida, porém ainda é pouco para uma capacidade de uma sala de aula.

$10^2 = 100$, embora seja uma estimativa válida, é também o limite do que se pode aceitar já que

10^3 (1.000) é impossível de se colocar em uma sala de aula.

A resposta então é 10^2 pessoas.

Por vezes este método pode se tornar muito trabalhoso e ineficaz quando há um maior grau de complexidade no problema, por isso existe outra maneira de fazê-lo.

Fazer uma estimativa (ou usar uma fórmula que permita alguma estimativa);

Escrever o número em notação científica;

Notação científica é escrever o número com apenas um algarismo significativo, ou seja, do lado esquerdo da vírgula e esse número não pode ser zero.

$13000 = 1,3 \times 10^4$

$0,00000789 = 7,89 \times 10^6$

Comparar o número (sem a potência de 10) com 3,16

Se o número for menor do que 3,16: a O.G. corresponde à potência de 10 encontrada na notação científica.

Se o número for maior ou igual a 3,16: acrescenta-se 1 unidade ao expoente.

Utilizando o mesmo exemplo anterior.
Ex.: Qual a ordem de grandeza do número de pessoas que cabem em uma sala de aula?

Método:

Primeiro uma estimativa: (deve ser um número coerente com a situação, sem exageros).
60 pessoas.
Escrevendo em notação científica:
$6,0 \times 10^1$ pessoas
Comparando: 6,0 com 3,16
6,0 é maior do que 3,16

Logo a sua resposta é a potência de 10 acrescida de 1
O.G. = $10^{1+1} = 10^2$ pessoas

Obs.: Por que 3,16?
Para qual número deve-se aproximar 6,9 utilizando apenas um algarismo?
Como 6,9 é maior do que 6,5 (que é a metade entre 6 e 7) então a aproximação deve ser 7.
O mesmo raciocínio é valido para a O.G., só que com as potências de 10.
Isto é, a escolha da potência é feita pela proximidade. Se o número é maior ou igual a 3,16 ele está mais próximo da potência seguinte (10^1). Se o número é menor do que 3,16, ele está mais perto da potência anterior (10^0).
Alguns autores acham interessante utilizar o 5,5 no lugar do 3,16, pois 5,5 é a média entre $1=10^0$ e $10 = 10^1$. A maioria dos exames de vestibular evita os números entre 3,16 e 5,5 para evitar confusão.

Exercício resolvido
(Uerj – adaptada)
Qual o número de calorias necessárias para ferver a água de uma chaleira?

a. 10^4 cal
b. 10^5 cal
c. 10^6 cal
d. 10^7 cal

Solução:
Para esse tipo de exercício você não faz a estimativa, você calcula o valor, pois há uma fórmula para o cálculo.

Assim a fórmula necessária é a de Quantidade de Calor Sensível (provoca variação de temperatura) $Q = mc\Delta\theta$

Como a Temperatura final é 100º C e estimando a temperatura ambiente como 25º C, tem-se uma variação de temperatura ($\Delta\theta$) = 75º C.

Obs.: (1) Ferver a água é esquentar a água até 100º C, é diferente de evaporar a água.
(2) Como o problema não dá a Massa de água a ser esquentada, então é feita uma estimativa que seja ao mesmo tempo razoável e que facilite a resolução da questão. Tomando a massa $m =$1 kg (será utilizada como 1000g já que o calor específico está em gramas).
(3) O Calor Específico (c_{H_2O}) da água já é bem conhecido e definido como = 1 cal/g ºC.
(4) A variação também poderia ser colocada como 100 ºC, pois o cálculo da O.G. não precisa ser exato.

Substituindo;

Q = 1000 x 1 x 75 = 75 000 calorias

Escrevendo em notação científica;

75000 = 7,5 x 10^4

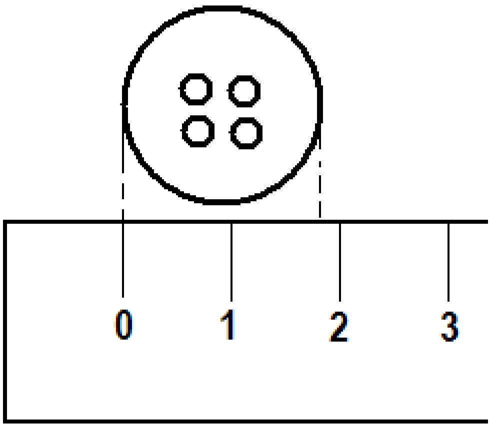
Comparando o valor 7,5 com 3,16 o valor é maior.

Assim a O.G. é 10^{4+1} = 10^5 calorias
Resposta: Letra B

- **Algarismos Significativos**

Em uma leitura de um instrumento de laboratório é preciso utilizar corretamente a escala disponível.

Observe a gravura abaixo de um botão com uma régua em cm.



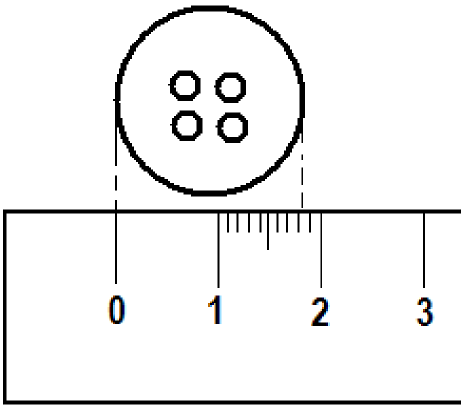
Qual o diâmetro do botão?

É possível afirmar que é maior do que 1 e que não chega até 2. Logo uma estimativa razoável é 1,8 cm.

Obs.: Também é aceitável uma medição de 1,85 cm, porém (neste caso) quando se estima um valor (1,8) o algarismo 8 é tido como uma leitura duvidosa, pois não há certeza na sua medição, a régua representada no desenho não possui uma precisão na casa dos mm, ou seja, fazer uma leitura com mais casas decimais seria desnecessário, pois haveria dois algarismos duvidosos.

Assim para a leitura acima, existem dois algarismos significativos (sendo que o último é chamado de significativo duvidoso).

Contudo, se aumentarmos a escala, uma melhor leitura poderá ser feita.



Agora, com essa escala, é possível fazer uma estimativa melhor: 1,85 cm. Há certeza do 1,8 e o 5 é o significativo duvidoso. Isto significa que quanto mais algarismos há na medida mais precisa é a sua aferição.
Desse modo uma leitura de 1,0 kg é diferente de 1000g. Embora matematicamente possuam o mesmo valor, seus algarismos significativos são diferentes, como demonstrados a seguir:

1,0 kg = 2 algarismos significativos (pouca precisão).

1000g = 4 algarismos significativos (maior precisão).

Então os algarismos significativos de uma medida são todos os algarismos, exceto:

- *Potências de 10;*

1,0 kg = 1,0 x 10^3 g => 2 alg. Significativos

- *Zeros à esquerda.*

0,00350 m = 3,50 mm

0,00350 =3,50x10^{-3} m =>3 alg. significativos

Obs.: O zero à direita é significativo

- **Operações com algarismos significativos:**

- **Adição e subtração**: costuma-se aproximar a resposta para o menor número de casas decimais das parcelas.

Ex.: 2,34 + 1,569 = 3,909

Como 2,34 tem duas casas decimais e 1,569 tem três casas decimais, deve-se aproximar a resposta para o menor número de casas decimais (duas).

Resposta = 3,909 = 3,91

Também é possível aproximar antes:

2,34 + 1,569 = 2,34 + 1,57 = 3,91

- **Multiplicação e divisão**: aproxima-se a resposta para o menor número de algarismos significativos das parcelas.

1,4 = 2 algarismos significativos.
2,347 = 4 algarismos significativos.

1,4 x 2,347 = 3,2858 (5 algarismos significativos)

Aproxima-se então 3,2858 para apenas 2 algarismos significativos:
3,2858 = 3,286 = 3,29 = 3,3

Então, 1,4 x 2,347 = 3,3.

Exercício resolvido

(PUCMG) Um estudante concluiu, após realizar a medida necessária, que o volume de um dado é 1,36cm^3. Levando-se em conta os algarismos significativos, o volume total de cinco dados idênticos ao primeiro será corretamente expresso pela alternativa:

a) 6,8 cm^3

b) 7 cm^3

c) 6,80 cm^3

d) 6,800 cm^3

e) 7,00 cm^3

Solução:

O volume total será o resultado da multiplicação de 5 por 1,36

5 x 1,36 = 6,8

Para assinalar a resposta é preciso usar a regra dos algarismos significativos da multiplicação. A única parcela informada no enunciado é 1,36 que possui três algarismos significativos. O cinco (do número de dados) não é parcela medida, apenas um multiplicador, portanto não é válido para efeito de algarismo significativo. Assim, a resposta deve ter três algarismos significativos.

6,8 = 6,80

Resposta: Letra C.

- **Análise Dimensional**

A análise dimensional é o estudo das grandezas físicas com relação às suas unidades de medida, portanto permeia todos os ramos da Física.

- **Grandezas Fundamentais**

Grandezas físicas fundamentais formam um *grupo limitado* de grandezas que nos servirão de base para escrevermos outras grandezas que possam surgir adiante.

As grandezas fundamentais são:

- Massa: M
- Comprimento: L
- Tempo: T
- Temperatura: θ
- Corrente Elétrica: I (*Corrente elétrica é a quantidade de carga por unidade de tempo*)

- **Unidade Dimensional**

Cada grandeza física pode ser escrita como combinação de grandezas fundamentais. Em geral devemos ter uma expressão que define a grandeza estudada a partir de outras conhecidas. Veja como será a notação adotada para se referir a uma grandeza física $\boldsymbol{A}$ e a unidade dimensional de $\boldsymbol{A}$.

$$\boldsymbol{A} \rightarrow grandeza\ física$$
$$[\boldsymbol{A}] \rightarrow unidade\ dimensional\ de\ \boldsymbol{A}$$

Exemplo:

$v \rightarrow velocidade$
$[v] \rightarrow \frac{m}{s}\ (S.I.)$
Em geral: $[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$.

Obs.: Por conveniência definimos a unidade dimensional de um número puro como sendo:

$$[n] = 1, se\ n\ é\ um\ número\ puro.$$
$$[\cos\alpha] = 1, cosseno\ de\ um\ ângulo\ real\ é\ um\ número\ puro.$$

- **Operações de Soma e Diferença**

A primeira regra com operações com grandezas físicas diz só é possível realizar operações de soma e diferença se todos os termos da equação têm a mesma dimensão e unidade, ou seja, tanto na Física quanto na Matemática, vale a regra “Não se pode somar banana com laranja”, este é o *Princípio da Homogeneidade.*

Exemplo: Observe a seguinte fórmula da cinemática escalar:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Como $[s] = L$, podemos afirmar de antemão que $[v_0 t] = L$ e $\left[\frac{at^2}{2}\right] = L$. Em outras palavras, se do lado esquerdo da equação temos dimensão de comprimento, do lado direito devemos ter obrigatoriamente dimensão de comprimento.

- **Operações de Multiplicação e Divisão**

A segunda regra diz que ao fazermos o produto de duas grandezas físicas, a unidade do resultado é o produto das unidades dimensionais dos fatores, com o mesmo raciocínio para a divisão. Em outras palavras, ao multiplicarmos ou dividirmos grandezas, realizamos as mesmas operações com seus valores e com suas unidades.

Exemplo: Vamos determinar a dimensão da aceleração do exemplo anterior.

Já sabemos que $\left[\frac{at^2}{2}\right] = L$.
Mas

$$\left[\frac{at^2}{2}\right] = \frac{[at^2]}{[2]} = \frac{[a][t^2]}{1} = [a][t^2] = [a]T^2.$$

Logo,

$$L = [a]T^2 \therefore [a] = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}.$$

O resultado confirma nossa intuição, já que a aceleração é dada em m/s^2 no S.I.

Exercício resolvido

A Lei de Coulomb descreve a força de interação entre duas cargas elétricas pontuais q_1 e q_2, separadas por uma distância d uma da outra, e seu módulo é dado por

$$F = k\frac{q_1q_2}{d^2}.$$

Determine a unidade da constante de proporcionalidade k no S.I.

Solução:

Devemos primeiro determinar a dimensão de cada grandeza envolvida usando quaisquer relações físicas que estejam ao nosso alcance.

Calculando $[F]$:

$$F = ma \rightarrow [F] = [m][a] = MLT^{-2}.$$

Calculando $[q]$:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow [i] = \frac{[\Delta q]}{[\Delta t]} \therefore I = \frac{[q]}{T} \therefore [q] = IT.$$

Como comprimento é uma grandeza fundamental, temos que $[d] = L$.

Utilizando o princípio da homogeneidade, temos que

$$[F] = \frac{[k][q]^2}{[d]^2} \therefore MLT^{-2} = \frac{[k]I^2T^2}{L^2}.$$

Logo, isolando $[k]$, temos que

$$[k] = ML^3I^{-3}T^{-4}.$$

No Sistema Internacional: $[k] = kg.m^3.A^{-3}.s^{-4}$.

Obs.: Não confunda a dimensionalidade de uma grandeza com sua dimensão no S.I. Por exemplo, a dimensão de velocidade é LT^{-1}, e L pode ser medido em metro, centímetro, decímetro etc. Mas, no S.I., L só pode ser medido em metro (m).

O movimento – Parte 1

A Cinemática é a parte da Física que estuda os movimentos sem levar em conta o que os causaram. A ideia básica é compreender as grandezas envolvidas nos processos de movimento e tentar quantificá-las de modo a fazer mensurações e previsões de medidas.

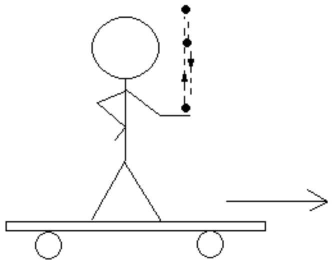
Para entender os movimentos é preciso primeiro definir alguns pontos:

- **Referencial**: é o ponto (ou conjunto de pontos) em que nos baseamos para dizer se há movimento.

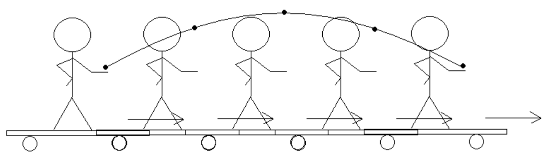
O referencial pode ser inercial – um ponto fixo para o sistema ou um referencial não-inercial – está em movimento no sistema.
Ex.: Vinicius está parado em uma estrada sentado em uma pedra. Um ônibus passa com duas passageiras: Lara e Ana. Vinicius observa o movimento do ônibus e classifica as passageiras como “em movimento”, pois seu referencial inercial é a sua pedra (que não se mexe para ele). Contudo, uma passageira observa a outra “parada”, pois não há movimento relativo entre elas. Uma é um referencial para a outra, mas ambas se movimentam junto com o ônibus (referencial não-inercial).
De uma maneira simples: se a distância entre você e o corpo que se estuda varia, podemos dizer que há movimento. [Pode ser estranho, mas se um carro está em movimento em relação a um poste, você pode dizer que o poste se movimenta em relação a um carro.]

- **Posição**: ponto que o objeto ocupa no espaço. Geralmente chamado também de espaço e representado por S.
- **Trajetória**: conjunto de posições feitas por um móvel que se movimenta em um referencial.

Dica: a trajetória de um corpo depende do referencial.
Ex.: Uma pessoa deslizando em uma plataforma com rodas joga um objeto verticalmente para cima e o pega depois.
Para a pessoa, a trajetória será uma reta, pois a plataforma se move junto com ela.



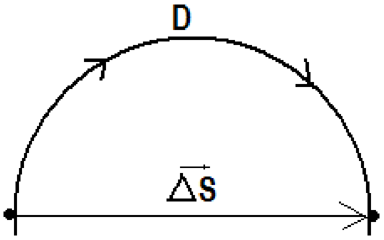
Para um observador externo a trajetória será uma parábola.



- **Variação de posição** (ΔS):

Variação de posição é uma grandeza vetorial que corresponde ao vetor que liga a posição inicial à posição final.

É comum, entretanto, que os exercícios falem em variação de posição escalar. Quando há essa referência a intenção é considerar apenas a parte numérica do vetor. Por exemplo, em uma corrida de Fórmula-1 o locutor diz que o carro percorreu 3500m. Esse número representa a distância percorrida pelo veículo e não o módulo do vetor variação de posição que seria zero, pois se o carro saiu de uma posição e voltou à mesma posição, não há variação.
Dica: preste atenção no enunciado, se o problema quer a parte escalar (só a conta) ou quer o módulo do vetor (fazer a operação vetorial).
Ex.:
Um móvel percorre a metade de uma circunferência de raio 20 m. Qual a distância percorrida e qual o módulo do vetor variação de posição?



Solução:

A distância percorrida é metade da circunferência = π R = 20π m
O módulo do vetor variação de posição é o diâmetro = 2R = 40 m

- **Intervalo de tempo** (Δt): é a diferença entre dois instantes. É mais comum o uso do termo “tempo” para caracterizar o instante.

- **Velocidade**: é a razão entre a variação de posição e o intervalo de tempo.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}$$

A velocidade é uma grandeza que informa se o móvel é rápido ou lento. Por exemplo: um carro comum possui uma velocidade média de 100 km/h em uma estrada. Assim em uma corrida quando o locutor informa que o carro possui velocidade de 300km/h, os espectadores percebem que é três vezes mais veloz que um carro comum.

Obs.: Os exercícios podem fazer diferentes abordagens da velocidade.
Velocidade escalar média – significa usar a distância percorrida no lugar da variação de posição.

Módulo da velocidade vetorial média – significa usar o módulo do vetor variação de posição.
Velocidade instantânea – significa usar intervalos de tempo e espaço muito pequenos. A velocidade instantânea possui uma fórmula um pouco diferente:

$$v_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Essa equação diz que a velocidade instantânea é o limite de $\Delta S/\Delta t$ quando Δt tende a zero. Embora seja necessária uma compreensão maior da matemática envolvida na equação, pode-se entendê-la da seguinte forma: Em uma prova de 100m rasos ao dividir o espaço percorrido pelo tempo (10 segundos, por exemplo) acharemos a velocidade escalar média de 10m/s. Mas o corredor não fica todo o tempo com essa velocidade. Para medir a velocidade que o corredor possui no meio do trajeto é preciso diminuir os intervalos de distância e conseqüentemente os intervalos de tempo. Assim ao medir o tempo gasto entre as posições 49m e 51 m, por exemplo, teremos um valor próximo da velocidade instantânea do corredor.

Dica: Preocupe-se mais com a fórmula da velocidade escalar média. É a forma mais comum de uso do conceito.

Exercício resolvido:

Um carro percorre 200km em 2h. Em seguida fica 1h parado em um posto de gasolina. Após a parada o carro percorre mais 200km em 2h. Qual a velocidade escalar média no trecho total?

a) 50 km/h
b) 80 km/h
c) 100 km/h
d) 120 km/h

Solução:

Variação de posição = distância percorrida (não há preocupação no texto com vetores)
Distância = 400 km

Intervalo de tempo = 5h (o tempo que o carro ficou parado deve ser levado em consideração, pois o intervalo de tempo é o tempo necessário para sair de um lugar e chegar ao outro)

Logo $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{400}{5} = 80 km/h$

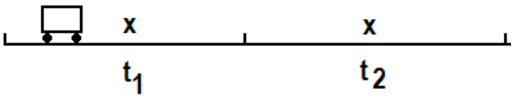
Letra B

Exercício resolvido:

Um veículo percorre metade de um trecho com uma velocidade constante de 60 km/h e a outra metade do trecho com velocidade constante de 90km/h. Qual a velocidade média no percurso todo?

a) 50km/h
b) 75km/h
c) 72km/h
d) 80 km/h

Solução:



A velocidade média é calculada pela distância percorrida dividida pelo tempo gasto.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{x + x}{t_1 + t_2} = \frac{2x}{t_1 + t_2}$$

Para resolver a conta é preciso trocar os tempos pelas velocidades (que são conhecidas)
Assim:

$$v_1 = \frac{x}{t_1} \Rightarrow 60 = \frac{x}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{x}{60}$$

$$v_2 = \frac{x}{t_2} \Rightarrow 90 = \frac{x}{t_2}$$

$$t_2 = \frac{x}{90}$$

Substituindo na equação anterior:

$$v = \frac{2x}{t_1 + t_2} = \frac{2x}{\frac{x}{60} + \frac{x}{90}} = \frac{2x}{\frac{3x + 2x}{180}}$$

$$v = \frac{2x}{\frac{5x}{180}} = \frac{2.180}{5} = \frac{360}{5} = 72km/h$$

Letra C

Obs.: Esse exercício é muito comum. Pode ser resolvido pela seguinte fórmula:

$$V = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2}$$

(Essa é a fórmula da chamada média harmônica entre dois números.)

$$V = \frac{2.60.90}{60+90} = \frac{10800}{150} = 72km/h$$

Exercício resolvido:

Uma moto anda 6,0 km em 5 minutos. Qual a sua velocidade média?

a) 20 km/h
b) 80 km/h
c) 20 m/s
d) 72 m/s

Solução:

É preciso cuidado com as unidades de medida.

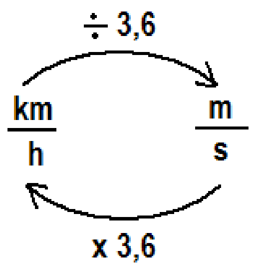
Distância = 6,0 km = 6000m

Tempo = 5 min = 300s

Velocidade $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{6000}{300} = 20m/s$

Letra C

Obs.:



No exercício anterior:

20m/s = 20 x 3,6 km/h = 72 km/h

- **Função do movimento uniforme**

O movimento uniforme é aquele em que a velocidade é uma constante. A equação responsável pelo movimento é:

$S = S_0 + vt$

onde
S = posição nos instante t
S_0 = posição inicial
V = velocidade
t = instante

- **Aceleração**

A aceleração é a razão entre a variação de velocidade e o intervalo de tempo.

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}.$$

A aceleração é a grandeza que identifica se o móvel fica mais rápido ou mais lento.

A unidade de aceleração é o metro por segundo ao quadrado (m/s^2). A unidade ajuda a compreender um pouco o significado da aceleração.
Ex.: Um veículo que possui uma aceleração de 2,0 m/s^2 produz um aumento de velocidade de 2,0 m/s a cada segundo.

A aceleração constante produz um movimento chamado de uniformemente variado (MUV).

Dica: Não é comum o uso de aceleração em unidade de km/h^2, mas é comum o uso da velocidade em km/h. Assim não se esqueça de transformar sempre a velocidade para m/s já que a aceleração costuma aparecer em m/s^2.

Para um MUV, a velocidade média também pode ser calculada como a média das velocidades.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{V + V_0}{2}$$

Onde V é a velocidade final e V_0 a velocidade inicial.

Pode-se demonstrar que as equações responsáveis pelo MUV são:

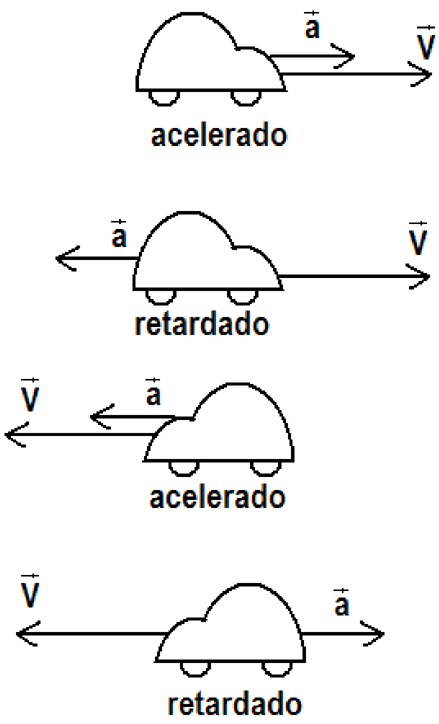
$$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$V = V_0 + at$$

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

Obs.: Para um movimento ser considerado acelerado é preciso que o módulo de sua velocidade aumente. E para ser considerado como retardado ou desacelerado é preciso que o módulo de sua

velocidade diminua. O sinal negativo de um vetor vai indicar seu sentido. Assim uma aceleração negativa não significa que o movimento é retardado.
O movimento será acelerado quando velocidade e aceleração tiverem mesmo sentido e será retardado quando velocidade e aceleração tiverem sentidos opostos.



O movimento ainda pode ser classificado como progressivo (quando ocorre no sentido positivo do eixo) e retrógrado (quando ocorre no sentido negativo do eixo).

Exercício resolvido:
(UFRJ – adaptado) Um carro se aproxima de uma curva com uma velocidade V_0, e inicia um processo de frenagem que dura 4,0 s percorrendo 160m até atingir uma velocidade de 30m/s. Calcule V_0.

a) 50m/s
b) 40 m/s
c) 60 m/s
d) 70 m/s

Solução: A resolução abaixo costuma ser a escolhida pelos estudantes com o uso de duas fórmulas.

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$160 = V_0.4 + a(4)^2/2$ $\qquad$ $160 = 4V_0 + 8a$

$$V = V_0 + at$$

$30 = V_0 + a.4$ $\qquad$ $30 = V_0 + 4a$
Obtém-se então um sistema:

$4V_0 + 8a = 160$
$V_0 + 4a = 30$,

que resolvendo encontra-se

$V_0 = 50$ m/s.

Uma solução mais prática é aplicar a velocidade média:

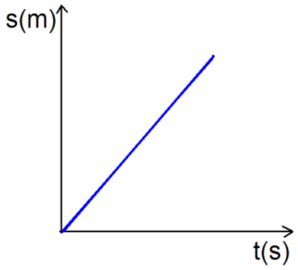
$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{V + V_0}{2}$$

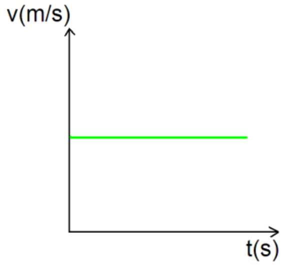
$$\frac{160}{4} = \frac{30 + V_0}{2}$$
$$80 = 30 + V_0$$
$$V_0 = 50 m/s$$

- **Gráficos**

Os gráficos dos movimentos são muito importantes, pois uma das habilidades da prova do ENEM consiste em analisar e interpretar gráficos (em várias disciplinas, não só na Física).
A análise do gráfico pode ir desde uma simples observação até uma compreensão mais profunda. Apresentaremos agora os gráficos relacionados aos movimentos.
Os gráficos de grandezas lineares são retas e os gráficos de dependência quadrática são parábolas.

Então para o movimento uniforme:

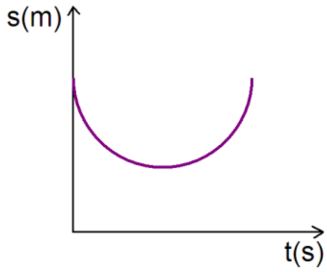




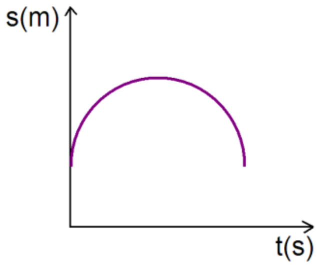
$Velocidade\ constante$

Para o movimento uniformemente variado:
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

[gráfico é uma parábola]



Aceleração positiva

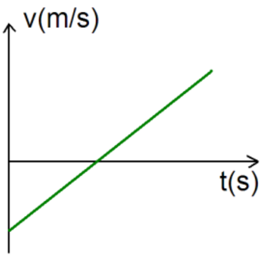


Aceleração negativa

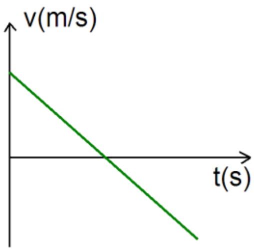
Para a velocidade contra o tempo:

$$v = v_0 + at$$

[gráfico é uma reta]

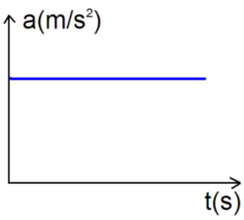


Aceleração positiva

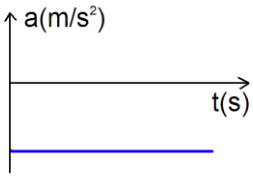


Aceleração negativa

Para a aceleração:



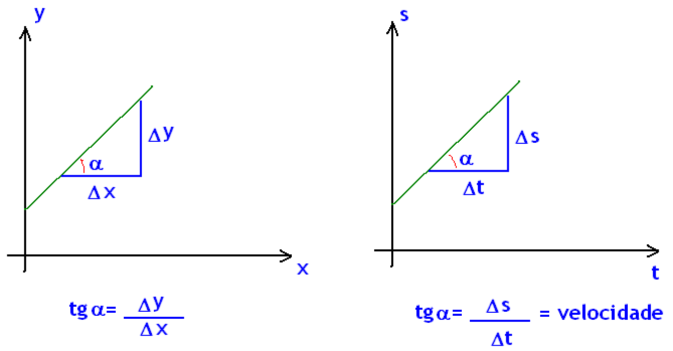
Aceleração positiva



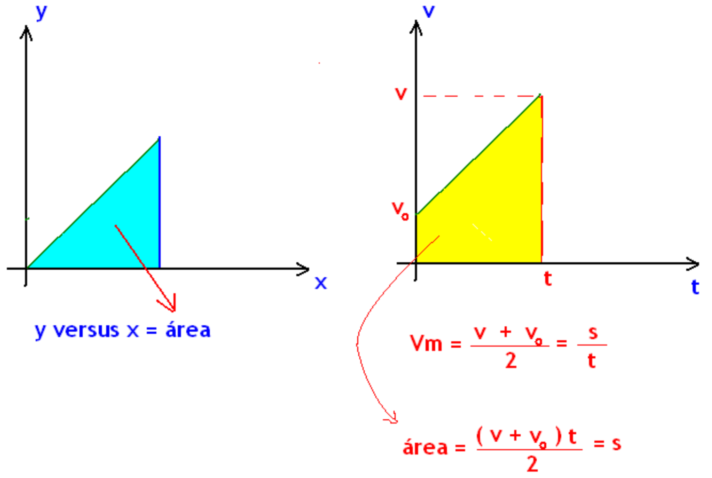
Aceleração negativa

Os gráficos ainda possuem algumas características importantes:

•A divisão dos eixos y/x cria uma grandeza que é expressa pela tangente do ângulo de inclinação da reta (coeficiente angular)



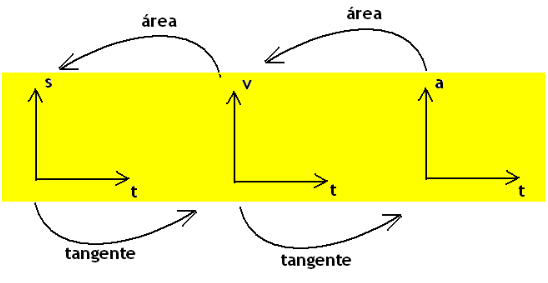
• A multiplicação dos eixos (y por x) cria uma grandeza que é expressa pela área sob o gráfico traçado



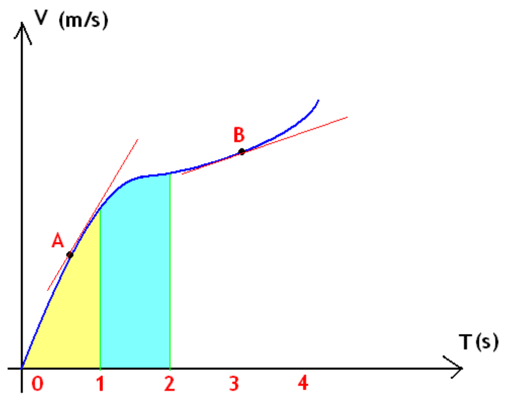
No gráfico s x t: a tangente do ângulo é igual a velocidade;

No gráfico v x t: a tangente do ângulo é igual a aceleração e a área sob o gráfico é igual a variação de posição.

No gráfico a x t : a área sob o gráfico é igual a variação de velocidade.



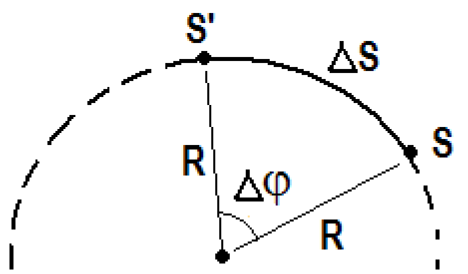
Exemplo:



A aceleração do móvel no ponto B é menor do que no ponto A;
O móvel sofreu um deslocamento maior entre 1s e 2 s do que entre 0 e 1s.

- **Movimento circular**

Ao caminharmos de um ponto S para um ponto S', em um movimento circular, podemos fazer o estudo do movimento em função do ângulo descrito em vez de usar as coordenadas lineares.



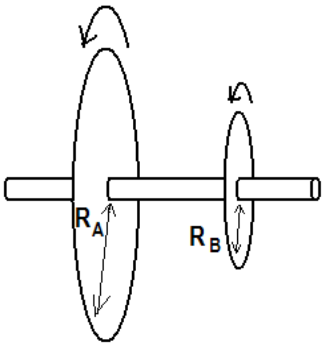
As grandezas lineares possuem equivalentes angulares. Assim se há uma posição linear S há uma posição angular φ; se há uma velocidade linear V há uma velocidade angular ω; se há uma aceleração linear *a* há uma aceleração angular α.

As grandezas relacionam-se através do raio R da trajetória circular.

$$S = \varphi R$$
$$V = \omega R$$
$$a = \alpha R$$

Dentre as relações anteriores, a segunda é a mais utilizada. Especialmente nas questões que envolvem polias associadas.

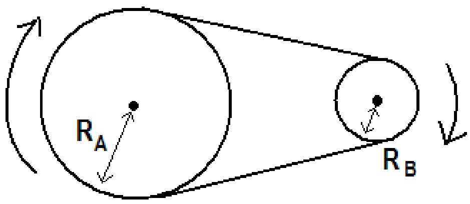
Observe.
Associação 1 - mesmo eixo



Nesta associação quando uma polia completa uma volta, a outra completa uma volta, logo ambas possuem a mesma velocidade angular.

$$\omega_A = \omega_B$$

Associação 2 – eixos distintos



Nesta associação quando a polia maior completa uma volta, a outra menor completa um numero maior de voltas. Contudo, por estarem presas por uma correia, elas possuem a mesma velocidade linear nos pontos de contato com a correia.

$$V_A = V_B$$

Assim, $\omega_A R_A = \omega_B R_B$.

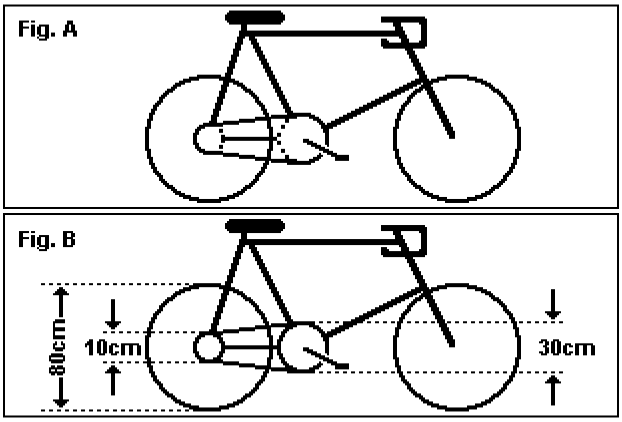
Logo, $2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B$

e $f_A R_A = f_B R_B$,

onde f é a frequência de rotação.

Exercício resolvido

(Enem) As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a figura A.



O número de voltas dadas pela roda traseira a cada pedalada depende do tamanho relativo destas coroas.
Quando se dá uma pedalada na bicicleta da figura B (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio R é igual a $2\pi R$, onde $\pi = 3$?
a) 1,2 m
b) 2,4 m
c) 7,2 m
d) 14,4 m
e) 48,0 m

Solução:

A coroa acionada pelos pedais está presa à catraca traseira por uma corrente. Assim ambas possuem a mesma velocidade linear.

Assim , $\omega_A R_A = \omega_B R_B$. Logo $2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B$ e $2\ R_A f_A = 2\ R_B f_B$.
Para uma volta, $f_A = 1$.

$30.1 = 10.\ f_B \qquad f_B = 3$

Significa que para cada pedalada a catraca traseira fará 3 voltas. Como a roda traseira está presa no mesmo eixo, também fará três voltas. Então a bicicleta andará $3 \times 2\pi R$ onde R é o raio da roda de trás (40 cm = 0,4 m).

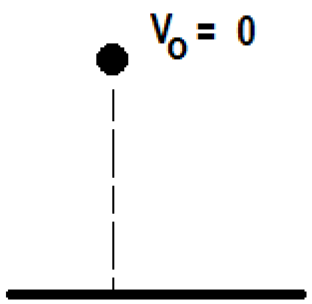
Distância $3 \times 2\pi R = 3 \times 2 \times 3 \times 0{,}4 = 7{,}2$ m

Letra C

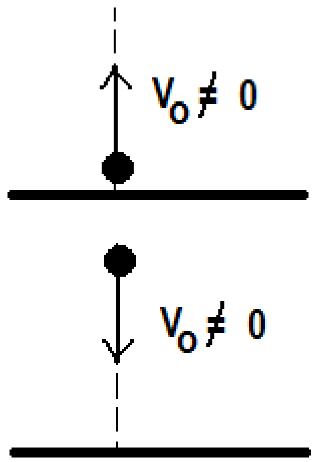
O Movimento – Parte 2

Dentro do estudo da cinemática, vale a pena destacar os movimentos que ocorrem sob ação exclusiva da gravidade.
São movimentos em que os efeitos do ar são desprezados e a aceleração resultante é a aceleração da gravidade.
As trajetórias dos movimentos dependem das velocidades iniciais.

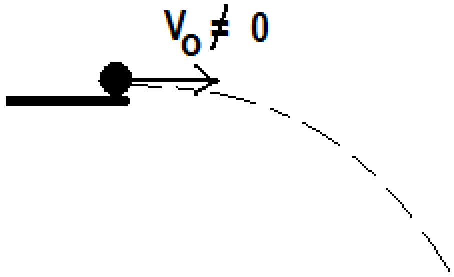
- **Queda livre**: ocorre quando a velocidade inicial é nula.



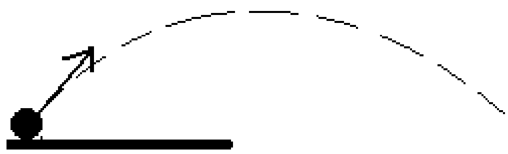
- **Lançamento vertical**: a velocidade inicial é não nula, podendo ter sentido para cima (mais comum) ou para baixo.



- **Lançamento horizontal**: a velocidade inicial de lançamento é horizontal.



- **Lançamento oblíquo**: a velocidade inicial forma um ângulo qualquer com o plano horizontal.



Para o estudo desses movimentos usaremos a aceleração da gravidade ao nível do mar com a aproximação abaixo:

$g = 9{,}80665\ m/s^2$

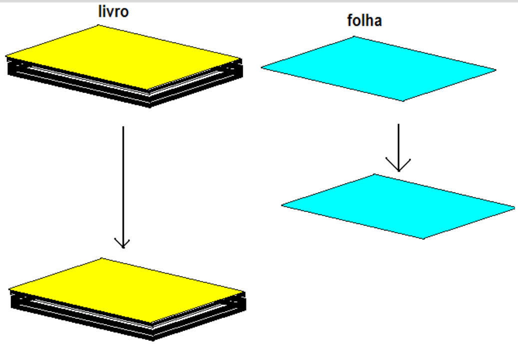
Aproximadamente $g = 10\ m/s^2$

Vamos agora analisar cada caso detalhadamente e procurar entender alguns pontos importantes.

- **Queda Livre**

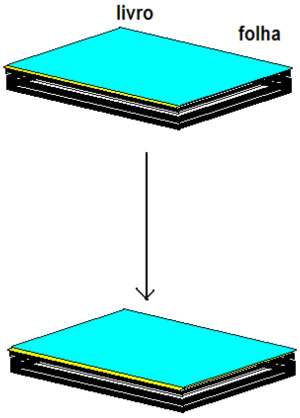
Na queda livre não há velocidade inicial e, sem resistência do ar, todos os corpos abandonados de uma mesma altura cairão ao mesmo tempo.

Uma experiência que ilustra isso (e é muito simples de ser feita) é a seguinte: deixe cair um livro e uma folha de papel de uma mesma altura.



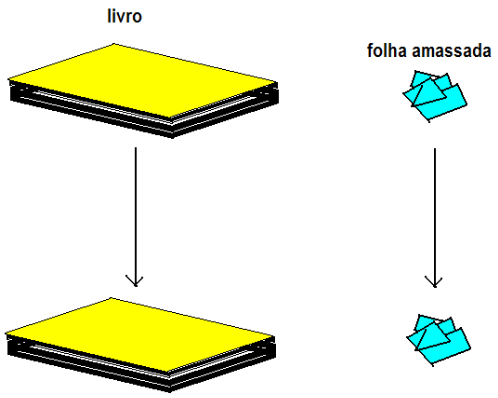
Você verá que o livro chega antes, pois tem menor resistência do ar (não pense em peso).

Coloque agora a folha sobre o livro e observe o que acontece.



Ambos caem juntos.

O mesmo pode ser feito amassando-se a folha.

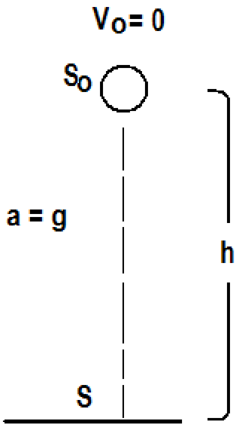


Ambos chegam juntos também.

A experiência serve para ilustrar que a queda dos corpos está relacionada com a resistência do ar e não com a massa.

Importante: Lembre-se que sem resistência do ar, corpos abandonados de uma mesma altura caem simultaneamente.

As equações responsáveis pelo movimento de queda livre são as equações do Movimento Uniformemente Variado (MUV), tomando-se a aceleração como g.



Assim, tomando o eixo y orientado para cima, temos que

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \rightarrow 0 = h - \frac{gt^2}{2} \therefore h = \frac{gt^2}{2}.$$

Essa é a equação horária para a altura em função do tempo de um objeto em queda livre com velocidade inicial suposta nula e aceleração da gravidade g, apontando no sentido negativo do eixo y.

Para efeitos de cálculo, tomaremos $g = 10ms^2$, o que simplifica ainda mais a equação, levando-nos a

$$\boxed{h = 5t^2.}$$

A velocidade como função do tempo

$$v = v_0 + at$$

toma seguinte forma

$$v = gt,$$

onde $g = 10ms^2$. O sinal negativo foi ignorado porque ele só indica que o vetor velocidade aponta para baixo, não interferindo, assim, para o módulo da velocidade, o que nos interessa de fato.

Logo,

$$\boxed{v = 10t.}$$

A equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

torna-se

$$v^2 = 2gh \therefore v^2 = 20h.$$

Voltemos às duas primeiras:

$h = 5t^2$ e $v = 10t$.

Vamos criar uma tabela de velocidade e altura em função do tempo e observar alguns aspectos importantes.

Usando a velocidade

Para t = 0 temos v =0 (início)

Para t = 1 temos v = 10x1 = 10 m/s

Para t = 2 temos v = 10x2 = 20 m/s

Para t = 3 temos v = 10x3 = 30 m/s

Assim podemos perceber que a velocidade que o corpo chega ao solo é 10 vezes o tempo que leva para cair.

Dica: O tempo que leva para cair é 10% da velocidade. Para achar o tempo de queda é só dividir por 10.

Observe uma relação importante: a velocidade e o tempo são grandezas diretamente proporcionais. Assim o que acontece com o tempo também acontece com a velocidade.

T =1 s => v = 10 m/s

Triplicando o tempo

T = 3 s => v = 30 m/s

A velocidade também triplica

Vamos usar agora a altura da queda:

Para t = 0 temos h = 0 (início)

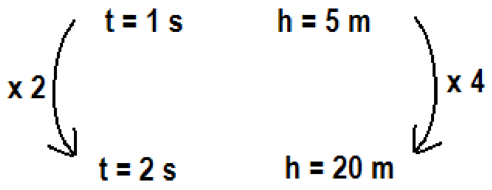
Para t = 1 temos h = 5x 1^2 = 5 m

Para t = 2 temos h = 5x 2^2 = 20 m

Para t = 3 temos h = 5x 3^2 = 45 m

A relação entre a altura de altura de queda e o tempo é uma relação diretamente proporcional ao quadrado.

Isto é: se o tempo DOBRA a altura DOBRA AO QUADRADO = QUADRUPLICA !!



Observe a tabela abaixo para os seis primeiros segundos de queda de um objeto sem resistência do ar.

Tempo (s)	Velocidade (m/s)	Altura (m)
0	0	0
1	10	5
2	20	20
3	30	45
4	40	80
5	50	125
6	60	180

Veja que ao multiplicar o instante 1 s por 4, a velocidade também é multiplicada por 4 (10 x 4 = 40m/s) e altura é multiplicada por 4^2 = 16 (5 x 16 = 80 m).

Essas relações são importantes, pois mostram regularidades de proporcionalidade.

Exemplo: Se um corpo abandonado em T segundos tem velocidade V e percorreu altura H, qual será sua velocidade no instante 3T?

A velocidade é diretamente proporcional logo será multiplicada por 3.

V’ = 3 V

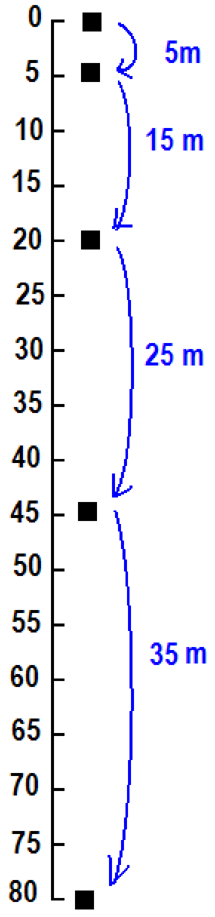
A altura é diretamente proporcional ao quadrado, logo será multiplicada por 9.

H’ = 9H

Olhe outra tabela de proporções:

Tempo	Velocidade	Altura
T	V	H
2T	2V	4H
T/2	V/2	H/4
$\frac{\sqrt{3}}{4}T$	$\frac{\sqrt{3}}{4}V$	$\frac{3}{16}H$

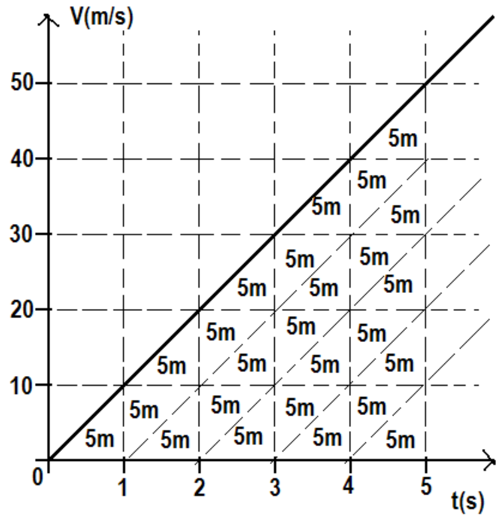
Vamos observar as posições de uma queda livre:



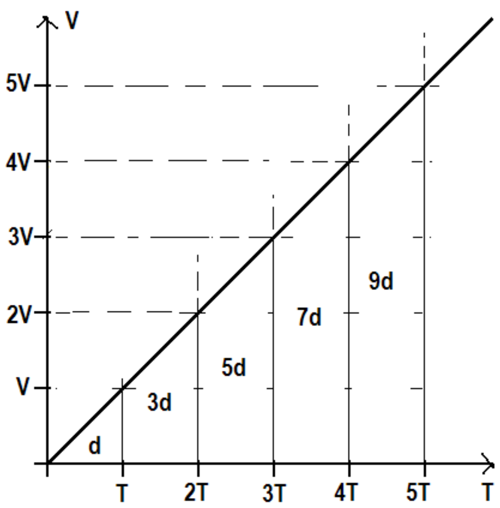
Os números encontrados na primeira tabela para a altura são 0, 5, 20, 45 e representam as posições em relação ao ponto inicial. Em cada segundo há um aumento que é de 5, 15, 25, 35 e assim sucessivamente. Esses valores representam as distâncias percorridas entre uma posição e outra, isto é, a distância percorrida a cada segundo.

Dica: a variação desses intervalos [5, 15, 25, 35] é a aceleração (10m/s^2).

Nos gráficos de velocidade tempo as relações de proporcionalidade e variações são perceptíveis. Para um gráfico de velocidade versus tempo a área sob a função corresponde à distância percorrida.
Observe que no instante t=1s, com velocidade 10m/s, a área embaixo do gráfico é 5 (5m de distância). Entre t= 1s e t = 2s temos uma área de 15 m (que é a distância percorrida entre esses instantes). Somando-se a área de 0 a 1s e de 1s a 2s temos um total de 5m + 15 m = 20 m que é a distância percorrida desde o início.



Outro gráfico interessante que ilustra as relações é este abaixo:



Assim, as áreas entre os instantes ilustram as distâncias percorridas entre os instantes.

De 0 a T o móvel anda d.

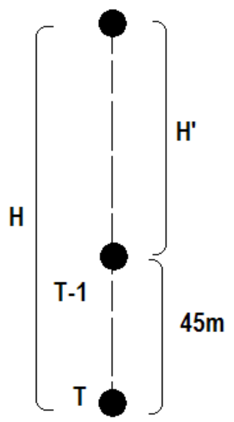
De T a 2T o móvel anda 3d

Logo de 0 a 2T o móvel anda d + 3d = 4d.

Exercício resolvido:
(UERJ) Suponha que, durante o último segundo de queda, uma pedra tenha percorrido uma distancia de 45 m. Considerando g = 10 m/s^2 e que a pedra partiu do repouso, pode-se concluir que ela caiu de uma altura, em metros, igual a:
(A) 105
(B) 115
(C) 125
(D) 135

Solução:

No instante T o corpo percorreu a distância H. O instante anterior é o instante T – 1 em que o móvel percorreu uma altura H'.



Mas $H = 5T^2$

e $H' = 5(T-1)^2 = 5T^2 - 10T + 5$

A distância de 45 metros corresponde a

$H - H' = 45$

Logo,

$5T^2 - (5T^2 - 10T + 5) = 45$

$5T^2 - 5T^2 + 10T - 5 = 45$

$10T - 5 = 45 \quad \Rightarrow 10T = 50$

$T = 5$ s.

Assim,

$H = 5T^2 = 5x5^2 = 125$ m.

Letra C

Observe que a relação de aumento ou mesmo o gráfico anterior permitem uma solução mais simples.

Em t=1s anda => 5m
Em t=2s anda => 15m
Em t=3s anda => 25m
Em t=4s anda => 35m
Em t=5s anda => 45m (distância percorrida no ultimo segundo que é a condição do exercício)

Distância de queda = 5+ 15 + 25 + 35 + 45

Distância de queda = 125 m

- **Lançamento Vertical**

O lançamento vertical pode ocorrer com a velocidade para cima ou para baixo.

Quando a velocidade é para baixo basta aplicar as equações de MUV completas (citadas anteriormente).

Quando a velocidade é para cima temos duas opções.

- Aplicar as equações de MUV completas tendo o cuidado de observar o sinal dos eixos.

Por exemplo: se a velocidade inicial é positiva e é vertical para cima, a aceleração da gravidade deverá ter sinal negativo visto que possui sentido para baixo.
Essa opção costuma ser mais trabalhosa e passível de erro, caso não seja feito o uso correto dos referenciais negativos e positivos.

- Utilizar o lançamento vertical como um processo de subida até que o corpo pare e depois considerar um movimento de queda livre.

Por exemplo: Se um corpo leva 6 segundos para sair do solo e retornar até sua posição inicial, isto significa dizer que ele levou 3 segundos subindo e 3 segundos descendo. Aplica-se então as equações contraídas do MUV (ou mesmo usa-se a tabela). Para tempos iguais fica muito simples, pois em 3 segundo o objeto alcança 30m/s e percorre 45 m.

Exercício resolvido:
Do alto de um prédio de altura H um objeto é lançado verticalmente para cima com velocidade inicial de 10m/s e após 4 segundos alcança o chão. A altura H do prédio vale:
a) 20 m
b) 30 m
c) 40 m

d) 50m

Solução pelo método 1:

Devemos escrever a equação horária do movimento usando a convenção correta de sinais.

A posição inicial será a altura do prédio:
So=H
A posição final será o chão
S=0
Isto obriga o eixo a ser considerado positivo para cima.
Assim a velocidade inicial é
Vo = +10m/s
e a aceleração da gravidade é negativa
$g = - 10m/s^2$

Então
para $S = So + Vot + at^2/2$

vem $0 = H + 10t -5t^2$

substituindo o t = 4

$0 = H +10.4 – 5.4^2$

0 = H +40 – 80

H = 40 m

letra C

Solução pelo método 2:

Como ele é lançado com V = 10m/s,

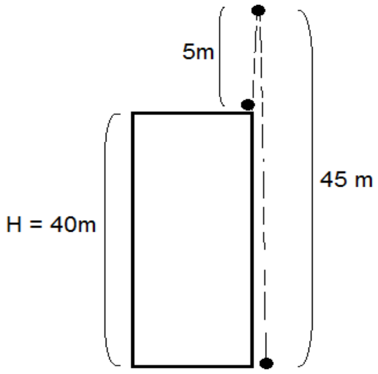
por V = 10t, temos que 10 = 10t

t = 1 s (tempo de subida)

e $h = 5t^2 = 5.1^2 = 5$ m (altura da subida)

O tempo de descida é o que sobra

t = 4 – 1 = 3s



A altura da descida é h' = $5t^2 = 5.3^2 = 45$ m

Assim o corpo subiu 5m e desceu 45m.

- **Lançamento Horizontal**

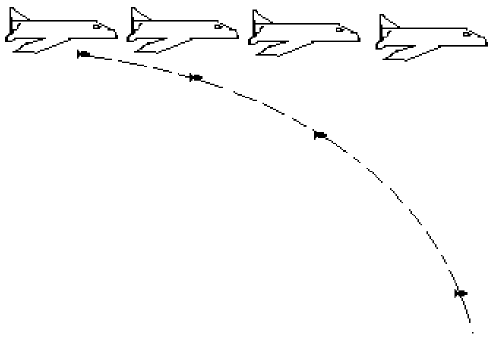
O lançamento horizontal é aquele que ocorre quando a velocidade do objeto é horizontal e a partir daí ele fica sob ação exclusiva da gravidade.

Os casos comuns são aqueles em que um avião lança uma bomba, uma bola rola sobre uma mesa e cai ou semelhantes.

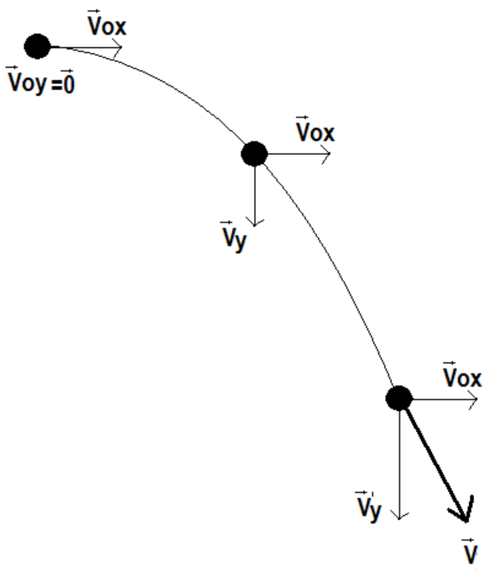
Para resolver um problema de lançamento horizontal é preciso entender que o movimento é o resultado de dois movimentos:
No eixo horizontal o objeto não possui nenhuma aceleração, fazendo, portanto, um movimento uniforme (e usando as equações de MU).

No eixo vertical o corpo executa uma queda livre sob ação da gravidade (usa-se, portanto, as equações contraídas de MUV – equações da queda livre).

Um detalhe importante é perceber que (sem resistência do ar) um objeto abandonado em movimento por outro, continua exatamente abaixo dele. É o caso do avião que solta uma bomba. A velocidade horizontal da bomba será a mesma do avião, a diferença é que ela se afastará da linha horizontal que foi largada em queda livre.



Os vetores velocidade horizontal e velocidade vertical são ilustrados na figura a seguir.



Veja que a velocidade horizontal V_{0x} fica constante todo o tempo de queda, enquanto a velocidade vertical inicia-se no zero e vai aumentando. A velocidade do objeto é a soma vetorial das componentes e ficará tangente à trajetória.

Exercício resolvido:

Um avião voando a uma altura de 500m com uma velocidade de 200m/s deixa cair uma caixa quando passa sobre um ponto P. A caixa toca o solo em um ponto Q. A distância horizontal entre P e Q é:

a) 500m

b) 1,0 km
c) 1,5 km
d) 2,0 km
e) 4,0 km

Solução:

O tempo de queda da caixa só depende da altura de onde foi abandonada.

Assim

$H = 5t^2$

$500 = 5t^2$
$t = 10s.$

Enquanto a caixa cai por 10 segundo, ela também se move para frente com velocidade constante e igual à velocidade horizontal do avião.

Então

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$
$$\Delta S = v\Delta t$$

$\Delta S = 200 \times 10 = 2000m$

$\Delta S = 2,0$ km letra D

- **Lançamento Oblíquo**

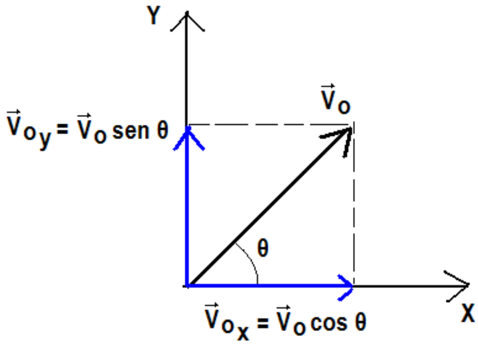
O lançamento oblíquo é o resultado de um lançamento vertical (para cima) com um movimento uniforme para frente.

A trajetória parabólica do lançamento oblíquo é resultado da junção desses dois movimentos.

Conceitualmente é importante entender que a velocidade horizontal não se modifica, enquanto que a velocidade vertical vai diminuindo na subida (até se anular) e então começar o processo de queda livre.

As questões de lançamento oblíquo são mais complicadas do ponto de vista da matemática, pois a velocidade inicial deve ser decomposta e as equações devem ser usadas com atenção.

Para um lançamento com velocidade V_0 e ângulo θ com a horizontal, temos:



No eixo x usamos as equações de MU

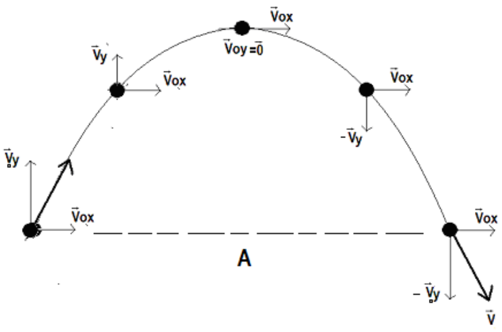
$$V_{0x} = V_0 \cos\theta = \frac{\Delta S}{t}$$

No eixo y usamos as equações de MUV (geralmente com orientação do sentido positivo para cima)

$$S_y = S_{0y} + V_{0y} - \frac{gt^2}{2}$$
$$V_y = V_{0y} - gt$$

onde $V_{0y} = V_0 \text{sen}\theta$

Os problemas de lançamento oblíquo em que o objeto sai de um plano e retorna ao mesmo plano são mais simples, pois o tempo de subida é igual ao de descida e assim o problema pode ser resolvido usando a ideia de queda livre e suas equações contraídas.

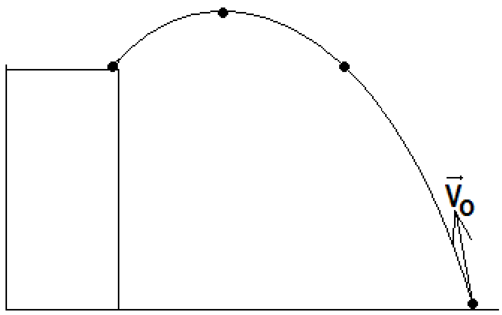


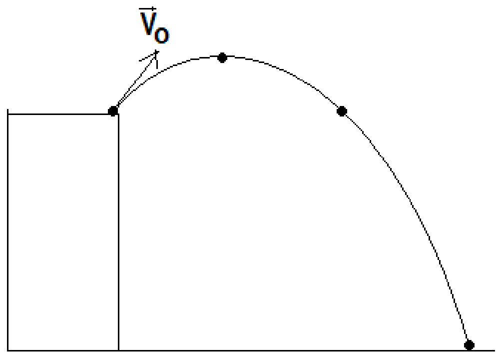
Pode-se demonstrar que o alcance desse lançamento é:

$$A = \frac{V_0^2 \,\text{sen}\, 2\theta}{g}$$

Assim o alcance máximo desse lançamento ocorre para $\theta = 45^o$.

Para as situações em que o objeto é lançado de um ponto mais alto ou mais baixo, o uso das equações completas costuma ser mais eficaz.





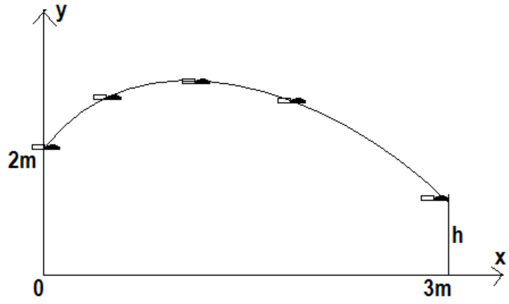
Exercício resolvido:

(Uerj – adaptado) Um atirador de facas faz seus arremessos a partir de um ponto P, em direção a uma jovem que se encontra em pé, encostada em um painel de madeira. A altura do ponto P é de 2,0m e sua distância ao painel é de 3,0m. A primeira faca é jogada para o alto com a componente horizontal da velocidade igual a 3,0m/s e a componente vertical igual a 4,0m/s. A faca se move em um plano vertical perpendicular ao painel.
Desprezando a resistência do ar e qualquer movimento de giro da faca em torno de seu centro de gravidade, determine a altura do ponto em que ela atinge o painel.

a) 0,5 m
b) 1,0m
c) 1,5m
d) 2,0m

Solução:

Como o lançamento é feito de um ponto de um plano que é diferente do plano de chegada, vamos usar as equações completas



No eixo horizontal a faca percorre 3m com uma velocidade horizontal de 3,0 m/s, logo:

$$V = \frac{\Delta S}{t}$$
$$3 = \frac{3}{t}$$
$$t = 1{,}0s$$

A faca leva 1,0 segundo para atingir o painel.
Usando a posição inicial como 2,0m, a posição final como h, a velocidade vertical como +4,0 m/s e a aceleração da gravidade como –10m/s^2, temos:

$$S_y = S_{0y} + V_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$
$$h = 2 + 4x1 - \frac{10x1^2}{2}$$
$$h = 2 + 4 - 5$$
$$h = 1{,}0m$$

Letra B.

Dinâmica – As Leis de Newton

A Dinâmica é a parte da Física que descreve as causas e consequências dos movimentos dos corpos. É o estudo das forças atuantes nos corpos e suas resultantes.

Saber identificar forças e aplicar o conceito de resultante é essencial para o bom entendimento de muita coisa na Física.

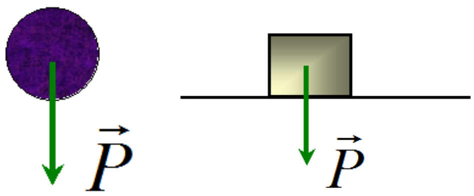
Primeiro é preciso entender que uma força é um agente que provoca (ou tenta provocar) deformação em um corpo ou uma mudança em sua velocidade.

As forças podem ser classificadas como forças de campo (que atuam a distância) ou forças de contato (que precisam estar juntas ao corpo).

Vamos começar identificando as forças mais comuns da dinâmica.

- **Força Peso:**

É a força que o planeta (ou uma grande massa) exerce sobre o corpo. No caso comum do objeto na Terra é a força que a Terra faz no objeto. Aponta para o centro da Terra.



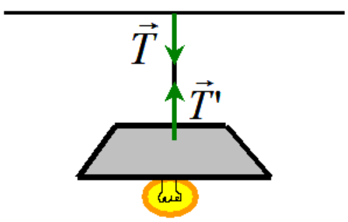
Seu módulo é calculado pelo produto:

P=mg

Dica: Na Lua, a aceleração da gravidade é menor (cerca de 6 vezes menor). Na Lua os objetos possuem a mesma massa que na Terra, mas peso menor (caem mais devagar).

- **Tração ou Tensão**

Tração: força que atua em fios, cabos e cordas. Realiza a transmissão do movimento. Aponta do corpo para a corda.



Obs.: Se o fio é ideal, ou seja, sua massa é desprezível, podemos considerar que $|\vec{T}'| = |\vec{T}|$.

- **Força Elástica**

A força elástica é a força que aparece em molas, elásticos ou meios deformáveis. Uma força aplicada no meio elástico provoca uma deformação x (deslocamento em relação à posição de equilíbrio), tal que a força é proporcional à deformação.

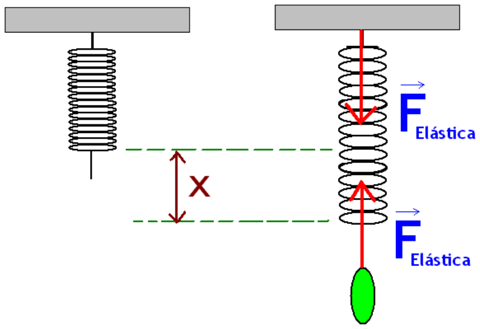
$$F \propto x$$

Para retirar o símbolo de proporcional coloca-se uma constante k. Essa constante é chamada de constante elástica e está relacionada com a "dureza" da mola. Quanto maior o valor de k, maior é a força necessária para deformá-la.

Assim a força elástica possui a forma:

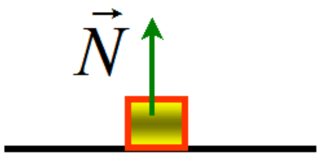
$$F = kx$$

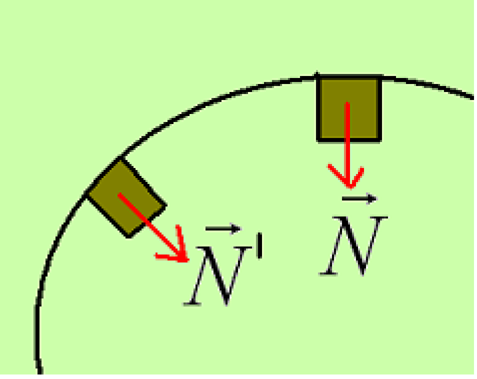
Obs.: A força elástica é na verdade uma força restauradora, assim a expressão correta da força elástica (*Lei de Hooke*) é F = - kx, onde o sinal negativo indica que a mola faz uma força contrária a que a seta provocando. Isto é, se você comprime uma mola, ela faz força para fora (ao contrário). Se você faz uma força esticando a mola, ela faz uma força para dentro.

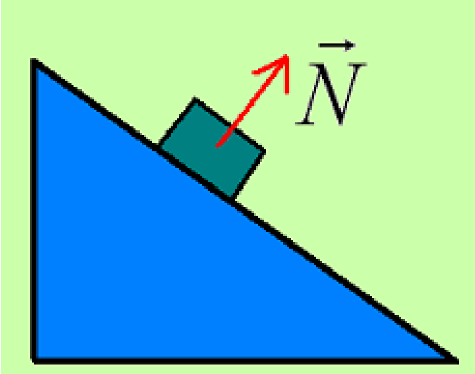


- **Força de uma superfície:**

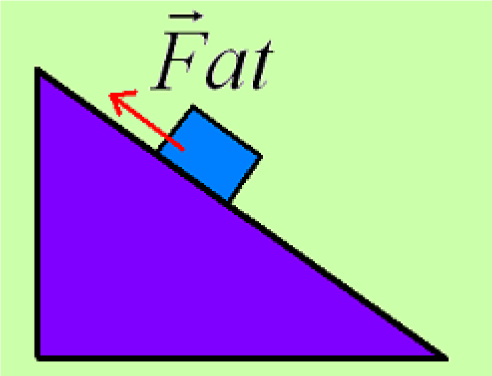
Força de contato com plano possui duas componentes:
Perpendicular ao plano (Normal) – no sentido do plano para o corpo.







Paralela ao plano (força de atrito) – com sentido contrário ao deslizamento ou à tendência de deslizamento entre as partes.



A expressão da força de atrito é

$$|\vec{F_{at}}| = \mu|\vec{N}| \text{ ou } F_{at} = \mu N,$$

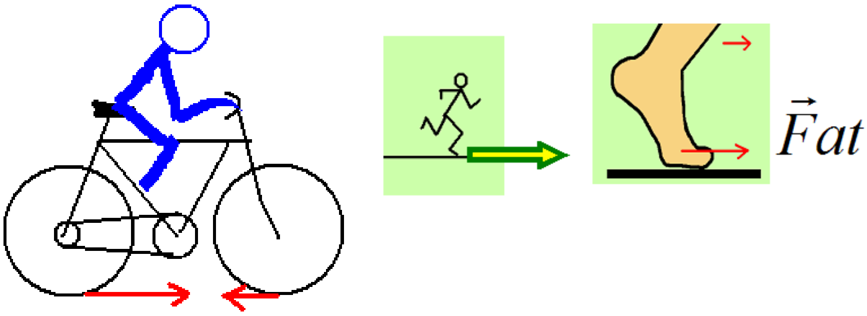
onde

$$\mu \rightarrow coeficiente\ de\ atrito$$
$$N \rightarrow reação\ normal$$

Obs. 1: Na equação entram os módulos da forças, ou seja, seus valores absolutos, porque a força de atrito e a normal não são vetores paralelos.

Obs.2: Uma superfície pode ter atrito, mas pode não ter força de atrito atuando. A força de atrito é contrária ao deslizamento entre as partes ou à tendência do deslizamento entre as partes. Assim se não há tendência de deslizamento, não há força de atrito atuando. Por exemplo: um livro repousando sobre uma mesa horizontal, não tem força de atrito atuando.

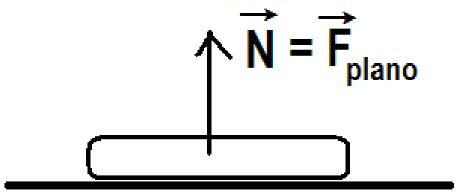
Obs.3: A força de atrito não é necessariamente contrária ao movimento. Assim quando você faz uma força no chão para andar essa força é para trás. Mas o chão não vai para trás. Seu pé agarra no chão e o atrito é para frente. É o atrito que provoca o movimento.



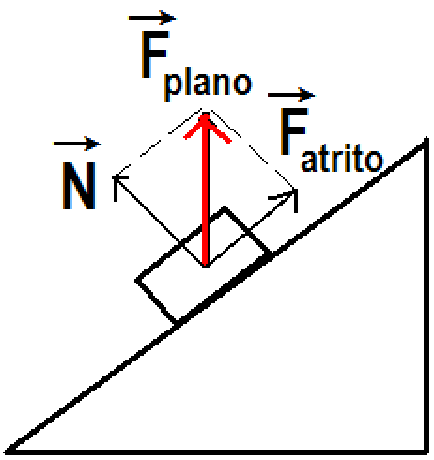
Assim em uma bicicleta, por exemplo, costuma-se representar o atrito como na figura abaixo.

A força de atrito na roda dianteira é para trás, pois a roda apenas rola pelo chão. Agora a roda traseira faz força no chão, empurra o chão para trás. O chão reage fazendo uma força para frente que é a força de atrito.

Obs.4: Para uma situação como um livro em repouso sobre uma mesa horizontal, a força normal é a força do plano.



Em uma situação como a de um livro em repouso em um plano inclinado, onde há normal e força de atrito, a força do plano é a soma vetorial dessas componentes.



- **Leis de Newton**

- **Primeira Lei de Newton – Lei da Inércia**

Todo corpo em repouso ou em Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) tende a permanecer em repouso ou em MRU até que uma força externa atue sobre ele.

Força Resultante do sistema = zero

$$\vec{F}_{RES} = \sum \vec{F} = \vec{0}.$$

O conceito de inércia é um conceito importante: todo corpo que possui massa possui inércia; inércia é a tendência dos corpos de se opor ao movimento.

Muitos pensadores, filósofos e cientistas pensaram sobre os movimentos.

Aristóteles contribuiu muito para a Física, mas, para ele, o movimento era próprio do objeto. Assim a força ficava junto do objeto; a força “caminhava” com o corpo para que ele pudesse se movimentar. Essa ideia (que durou bastante) é contrária ao conceito de permanecer em movimento. Com esse raciocínio, o corpo só poderia se movimentar se existisse alguma força atuando sobre o mesmo.

Galileu tenta quebrar diversos pensamentos de sua época em relação ao movimento, inclusive fazendo experimentos e introduzindo o método científico, mas é Isaac Newton quem “fecha” a teoria.

Com o princípio da Inércia, Newton elimina a necessidade de uma força atuante para manter o movimento.

É fácil perceber que se um objeto está em repouso, ele vai permanecer em repouso. Um livro sobre uma mesa horizontal ficará lá até alguém mexer.

A elegância da Primeira Lei consiste na observação de que o MRU é dinamicamente igual a ficar parado.

Imagine-se em um navio transatlântico, sem muito balanço, em linha reta. Você terá a sensação de estar parado, pode-se andar como se o navio estivesse ancorado.

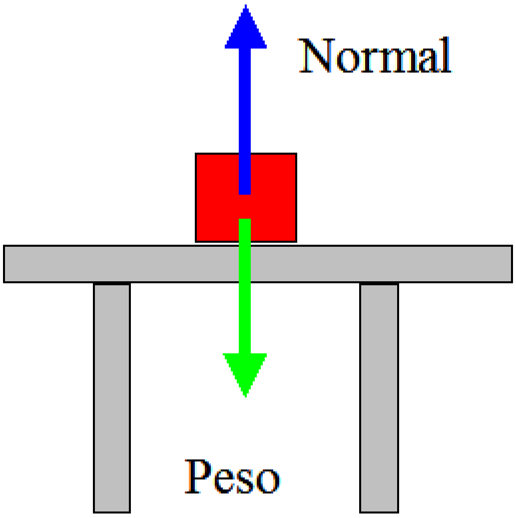
Agora, imagine-se em um ônibus em movimento na rua, quando ele freia você é jogado para frente. É a inércia, a tendência de continuar o movimento. Não há nenhuma força o impulsionado para frente.

Conclusão: nem sempre é preciso uma força para manter um movimento.

É importante para o estudante perceber que o MRU e o repouso são iguais dinamicamente, isto é, não possuem forças “sobrando”. O somatório de todas as forças que atuam em um corpo em repouso ou MRU é zero. A força resultante sobre o corpo é zero.

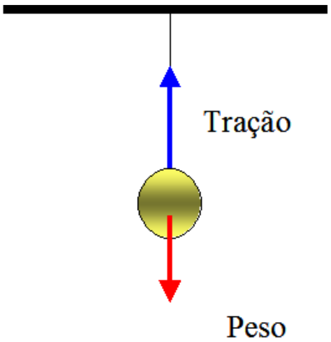
Em diagramas de forças:

Livro em repouso sobre a mesa ou livro em MRU sobre a mesa.

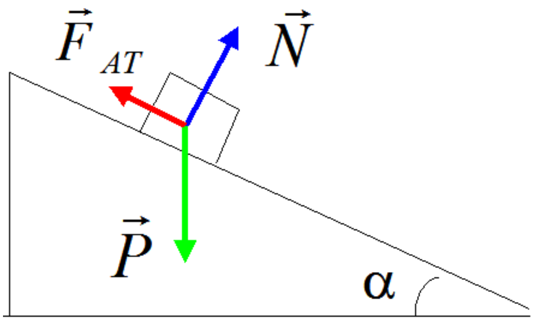


$$\vec{F}_{\text{Resultante}} \propto \vec{a}$$
$$\vec{F}_{\text{Resultante}} = m\vec{a}$$

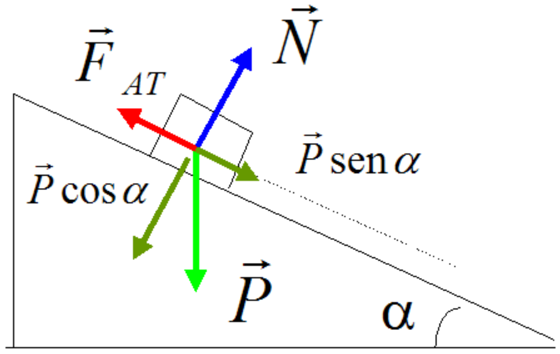
Lustre em repouso no teto



Plano inclinado



Plano inclinado com decomposição vetorial



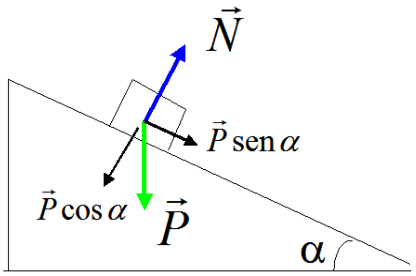
N = Pcos α **Fat = Psen α**

- **Segunda Lei de Newton – Princípio Fundamental da Dinâmica.**

A força resultante sobre um corpo é diretamente proporcional à aceleração que ele adquire.

É importante entender que se o corpo não está em repouso ou em MRU, ele tem uma força resultante que é igual ao produto de sua massa pela aceleração resultante.

Exercício resolvido:
a) Qual a aceleração de um plano inclinado sem atrito?



A força normal é equilibrada pela componente y do peso.
A componente x do peso, paralela ao plano, é a força resultante.

Assim

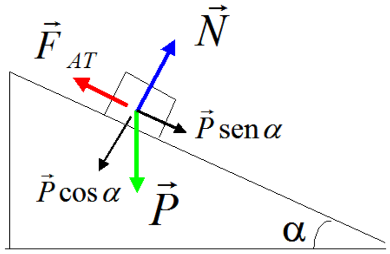
$\mathbf{N = P\cos\alpha}$

$\mathbf{P\,sen\,\alpha = ma}$

$\mathbf{\cancel{m}g\,sen\,\alpha = \cancel{m}a}$

$\mathbf{a = g\,sen\,\alpha}$

b) Qual a aceleração de um plano inclinado com atrito?



A força normal é equilibrada pela componente y do peso. Mas esse valor deve ser usado para substituir na expressão da força de atrito.

A força resultante é a componente x do peso menos a força de atrito.

$$N = P \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$P \,\text{sen}\, \alpha - Fat = ma$$

$$mg \,\text{sen}\, \alpha - \mu N = ma$$

$$\cancel{m}g \,\text{sen}\, \alpha - \mu\, \cancel{m}g \cos \alpha = \cancel{m}a$$

$$a = g \,\text{sen}\, \alpha - \mu\, g \cos \alpha$$

$$\boxed{a = g\,(\text{sen}\, \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

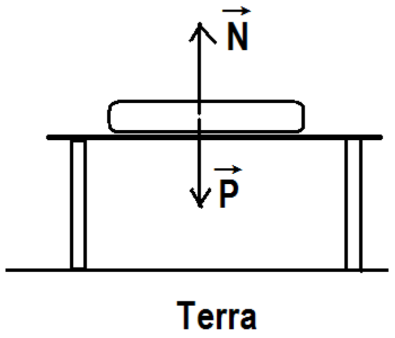
- **Terceira Lei de Newton – Ação e reação**

Para toda ação de uma força em um corpo existe uma reação de igual intensidade, igual direção e sentido oposto (no corpo que produziu a ação).
É preciso ressaltar que as forças de ação e reação:

- Atuam em corpos distintos;
- Não admitem resultante;
- Produzem uma troca de agentes entre as forças (ocorre uma troca de agentes).

Dica: Para saber se um par de forças forma um par ação e reação faça a “leitura da força”.

Exemplo:
Considere um objeto em repouso sobre uma mesa conforme a figura a seguir.

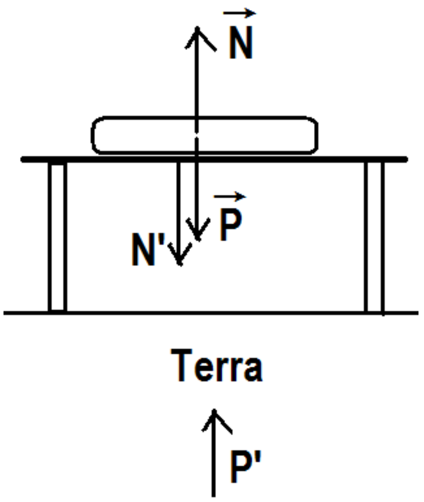


Peso = força que a Terra faz no objeto.
Reação do peso: força que o objeto faz na Terra.

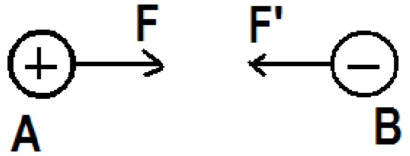
Normal: força que a mesa faz no objeto.
Reação da Normal: força que o objeto faz na mesa

É fácil perceber que Peso e Normal NÂO formam par ação e reação.

A reação do peso P’ está no centro da Terra e a reação da Normal N’ está na mesa.



A força elétrica entre cargas é um exemplo de ação e reação.



F é a força de atração de B em A e F’ é a força de atração de A em B.

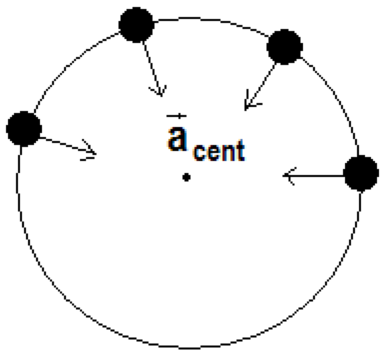
- **Movimentos, acelerações e forças resultantes**

No repouso não há aceleração.

No MRU não há aceleração.

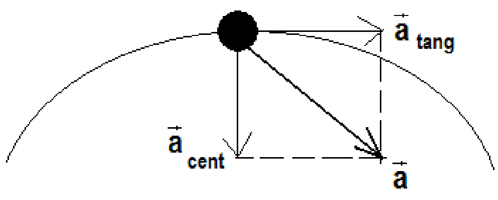
No MRUV a aceleração é a = ΔV/Δt

No Movimento Circular Uniforme (MCU) a aceleração é $a_c = \frac{v^2}{R}$ e é chamada de aceleração centrípeta, onde v é o módulo da velocidade e R é o raio da curva executada. É uma aceleração que muda a direção e o sentido da velocidade, não muda o seu módulo. A aceleração centrípeta aponta para o centro da trajetória circular.



No Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV) há duas componentes para a aceleração. No MCUV a velocidade do móvel varia em módulo, assim há uma componente tangencial da aceleração que é a usual (a = ΔV/Δt) e faz o móvel ficar mais rápido ou mais lento. Como acompanha a velocidade, fica na tangente do movimento. E há também a aceleração centrípeta que existe em todo movimento onde há curva.

Nesse caso a aceleração é a soma vetorial dessas componentes.



Seu módulo é calculado por:

$$a = \sqrt{a_{cent}^2 + a_{tang}^2}$$

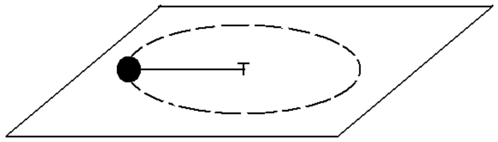
Assim temos um quadro resumo:

Movimento	Aceleração	Força Resultante
Repouso	zero	zero
MRU	zero	zero
MRUV	$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$	F = ma
MCU	$a = \frac{V^2}{R}$	F = ma
MCUV	$a = \sqrt{a^2_{cent} + a^2_{tang}}$	F = ma

Os movimentos onde a força resultante é a força centrípeta merecem atenção especial.

Vamos analisar alguns exercícios:

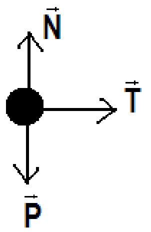
1) Uma esfera está girando com velocidade constante sobre uma mesa sem atrito. A massa da esfera é 2,0 kg, a velocidade é 3m/s e o fio tem 1,0 m de comprimento. Qual o valor da tração no fio?



As forças que atuam são peso, normal e tração.

O peso é anulado com a normal. A tração é a força resultante. Mas é uma resultante que aponta para o centro, a tração faz o papel de força centrípeta.

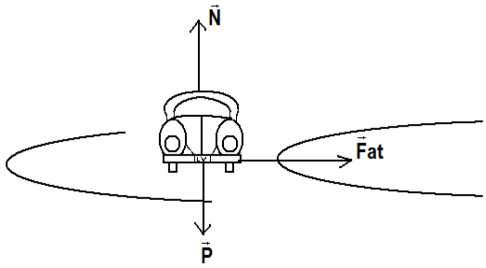
Assim:



$$T = ma$$
$$T = m\frac{V^2}{R}$$
$$T = \frac{2x3^2}{1}$$
$$T = 18N$$

2) Um carro percorre uma pista horizontal circular de raio 100m. O coeficiente de atrito entre os pneus e o chão vale 0,4. Calcule a maior velocidade possível para o veículo executar a curva sem derrapar. ($g=10m/s^2$)

As forças que atuam são peso, normal e atrito.



A força peso é igual à normal e a força de atrito é a força resultante (centrípeta).
Assim

$$N = P = mg$$

$$F_{at} = \mu N = m\frac{v^2}{R}$$

Substituindo N = mg, temos

$$\mu mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$\mu gR = v^2$$

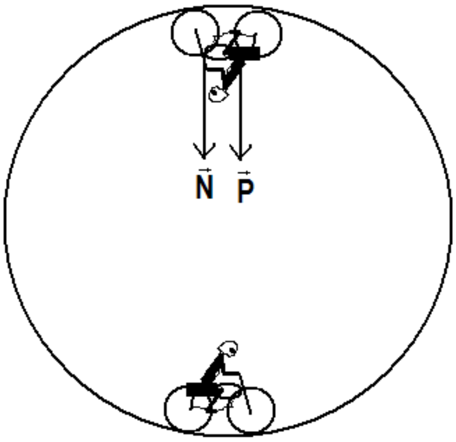
$$v = \sqrt{\mu gR}$$

$$v = \sqrt{0{,}4x10x100}$$

$$v = \sqrt{400} = 20m/s$$

A maior velocidade que permite executar a curva é de 20m/s = 72 km/h.
Essa velocidade é a limite. Assim o veículo deve fazer a curva com uma velocidade menor do que esse valor.

3) Em um globo da morte um motociclista pretende completar uma volta na vertical sem cair. Calcule a mínima velocidade que permite ao motociclista completar uma volta em um globo da morte de 3,6 m de raio. ($g=10m/s^2$)



No ponto mais alto as forças que atuam na vertical são o peso e a normal.

A soma do peso com a normal fará a resultante (centrípeta).

$$N + P = m\frac{v^2}{R}$$

Na situação limite, não haverá contato da moto com o globo. A normal assumirá o valor zero.

$$P = m\frac{v^2}{R}$$

$$mg = m\frac{v^2}{R}$$

$$gR = v^2$$

$$v = \sqrt{Rg}$$

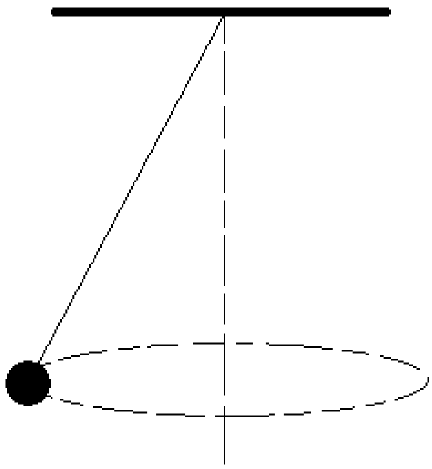
Essa equação é a solução para qualquer problema semelhante (carrinho de montanha russa fazendo *looping*, giro de um balde sem deixar a água cair, etc)

Para o problema da moto, substituindo os valores:

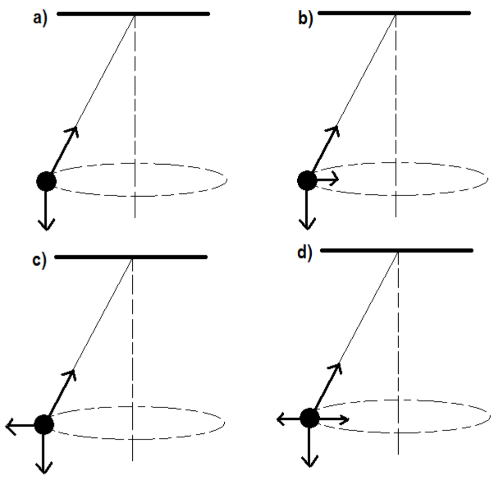
$$v = \sqrt{Rg} = \sqrt{3{,}6x10} = 6m/s$$

Essa velocidade é a limite. Assim o veículo deve fazer a volta com uma velocidade maior do que esse valor.

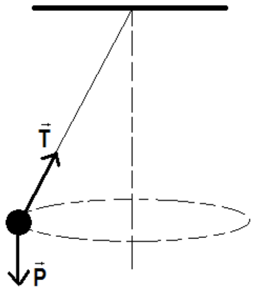
4) Uma esfera gira presa a um fio ideal em um plano horizontal com velocidade constante (pêndulo cônico), conforme ilustra a figura a seguir.



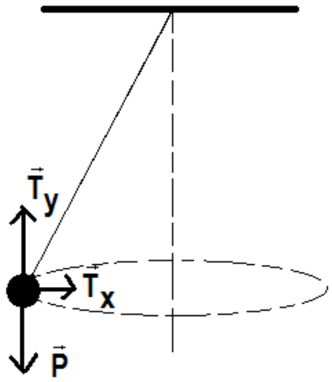
Assinale a opção que ilustra as forças que atuam na esfera.



As forças que atuam são apenas o peso e a tração.



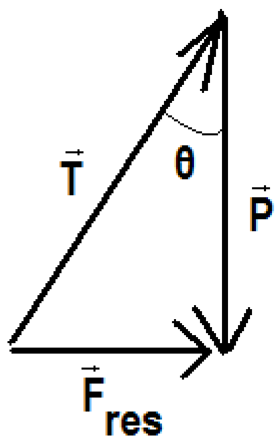
Não há uma força fazendo o papel de força centrípeta. A componente horizontal da tração é que desempenha o papel de força centrípeta, enquanto a componente vertical anula o peso.



Letra A

Obs.: Um detalhe importante no exercício anterior é relacionar o ângulo do fio com a vertical com as forças.

Podemos fechar um triângulo de forças com o peso, a tração e a colocação da força resultante [a força resultante deve ser colocada como soma vetorial, mas não como força atuante no diagrama de forças].



$$\tan\theta = \frac{F_{RES}}{P} = \frac{ma_{CENT}}{mg} = \frac{a_{CENT}}{g}$$

Substituindo a forma explícita da aceleração centrípeta, segue-se que

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg} = \frac{\omega^2 R}{g},$$

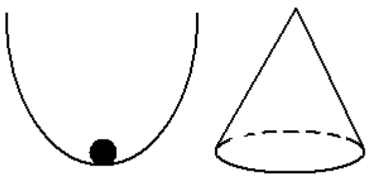
que é a relação do pêndulo cônico.

Equilíbrio

A ideia de equilíbrio é para muitos a ideia de ficar parado. Contudo o conceito de equilíbrio para uma partícula compreende o equilíbrio estático e o equilíbrio dinâmico:

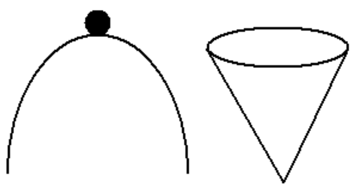
- Equilíbrio estático: a partícula possui resultante das forças nula e está em repouso em relação a um referencial.
- Equilíbrio dinâmico: a partícula possui resultante das forças nula e está em movimento retilíneo uniforme em relação a um referencial.

Há ainda situações em que classificamos o equilíbrio:
* estável – a partícula/objeto retorna a posição de equilíbrio após uma pequena perturbação.



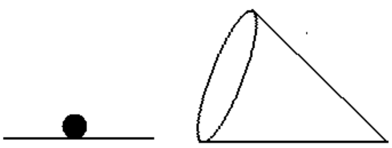
Uma bola no fundo de um poço ou um cone em pé.

* Instável – a partícula/objeto não retorna a posição, afastando-se cada vez mais da posição de equilíbrio.



Uma bola sobre uma elevação ou um cone de cabeça para baixo.

* Indiferente: a partícula/objeto fica em nova situação de equilíbrio em outra posição.



Uma bola sobre uma mesa ou um cone deitado.
Para corpos extensos há equilíbrio de translação e rotação como será visto mais a frente.

Antes, vamos entender o que é um ponto material e um corpo extenso.

Quando um corpo é suficientemente pequeno tal que não admite rotação é chamado **ponto material** (assim sua dimensão é pequena em relação a outras medidas relevantes).

Quando um corpo admite rotação ele é chamado de **corpo extenso** (sua dimensão é comparável a outras medidas relevantes).

Obs.: É comum pensar apenas no tamanho do objeto para considerá-lo como ponto material ou corpo extenso, por exemplo:

Um trem possui 100m de comprimento. Quando o trem faz uma viagem de 450 km com uma

velocidade de 90 km/h (25m/s) leva quanto tempo?

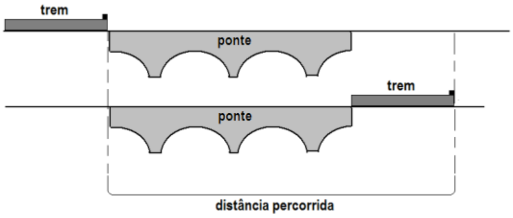
$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$
$$90 = \frac{450}{t}$$
$$t = 5h$$

Não se considera o tamanho do trem na conta, o trem pode ser considerado ponto material.

Agora o mesmo trem de 100m vai atravessar uma ponte de 400m com uma velocidade de 90km/h (25m/s), quanto tempo leva?

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$
$$25 = \frac{100 + 400}{t} = \frac{500}{t}$$
$$t = 20s$$

Observe que agora é preciso somar o comprimento do trem ao comprimento da ponte (100 + 400) para resolver o problema.



Agora, ele pode ser considerado corpo extenso.
Um ponto material não possui dimensões relevantes, então as forças que atuam estão sempre localizadas no mesmo ponto.
Para um corpo extenso é precioso conhecer o centro de gravidade ou o centro de massa do corpo.

•**Centro de gravidade (CG):** ponto de aplicação da resultante das forças de gravidade que atuam em cada partícula de um sistema. Ponto de aplicação da força peso de um corpo.

•**Centro de massa (CM):** ponto em que pode-se admitir que a massa está concentrada.

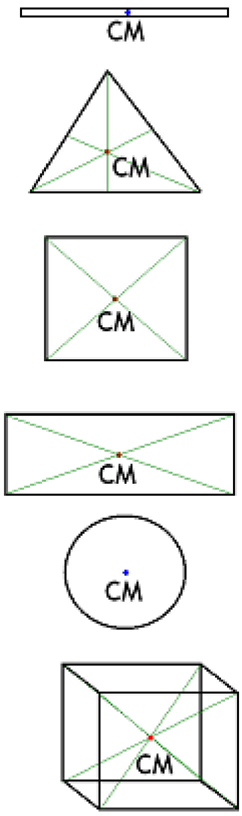
Nos campos gravitacionais uniformes o centro de gravidade coincide com o centro de massa.

Os objetos homogêneos e com formatos geométricos simétricos possuem o centro de massa no “centro”.

Por exemplo, o centro de massa de um quadrado é no encontro de suas diagonais, do círculo é no seu centro e no triângulo é no baricentro.

O centro de massa pode ser calculado para uma figura linear, plana ou volumétrica.

Observe o centro de massa de algumas geometrias regulares.

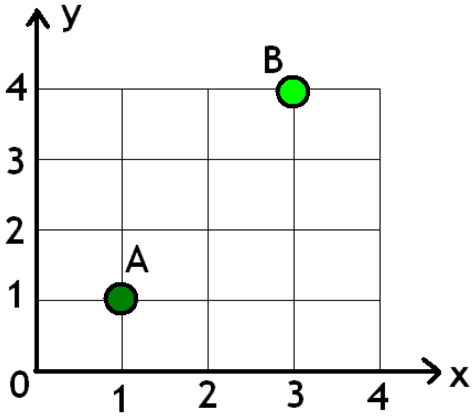


- **Cálculo do Centro de massa**

Para duas partículas (A e B) em duas dimensões (x e y)

$$X_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$
$$Y_{CM} = \frac{m_A y_A + m_B y_B}{m_A + m_B}$$

Obs.: Por analogia em três dimensões basta inserir a componente Z.
Exemplo: Considere uma massa A de 2,0 kg e uma massa B de 3,0 kg no plano XY abaixo.



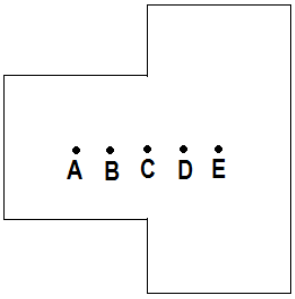
Calcule as coordenadas da posição do centro de massa das duas partículas.

$$X_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$
$$X_{CM} = \frac{1.1 + 2.3}{1+2} = \frac{7}{3} = 2,3$$
$$Y_{CM} = \frac{m_A y_A + m_B y_B}{m_A + m_B}$$
$$Y_{CM} = \frac{1.1 + 2.4}{1+2} = \frac{9}{3} = 3$$

Coordenadas x = 2,3 e y = 3

Exercício resolvido:

1) Assinale a opção que indica o ponto que representa o centro de massa da placa homogênea abaixo.

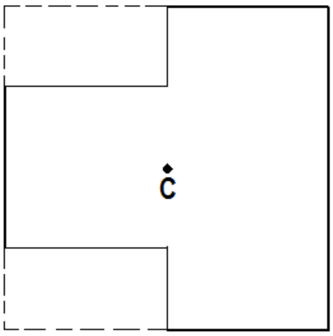


a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

Solução:

Aqui não precisamos usar a fórmula, podemos pensar assim:
O ponto C é o ponto central. Se a chapa fosse quadrada o centro de massa seria aqui.

Como há menos massa do lado esquerdo, o centro de massa se aproxima para a direita.

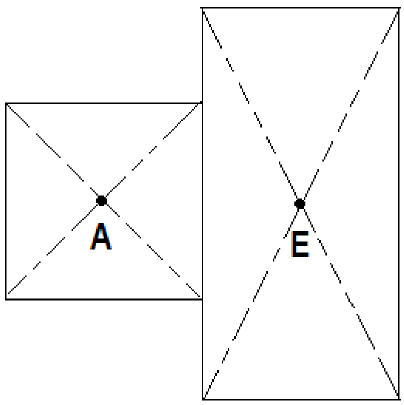


Podendo ser apenas os pontos D e E.
Os pontos A e E são centros de diagonais, então configuram centros de massa do quadrado e do retângulo.

Logo, o único ponto possível é o ponto D.

Letra D.

Obs.: Esse tipo de exercício pode ser resolvido pela área com o uso da fórmula. Divide-se a figura principal em figuras menores de áreas conhecidas, coloca-se no plano cartesiano e aplica-se a fórmula do centro de massa, substituindo-se a massa pela área.

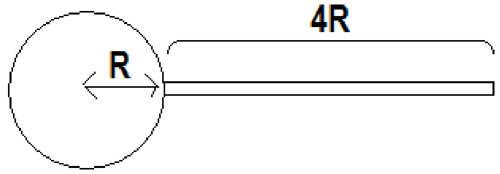


2) (UERJ) A forma de uma raquete de tênis pode ser esquematizada por um aro circular de raio R e massa m_1, preso a um cabo de comprimento L e massa m_2.

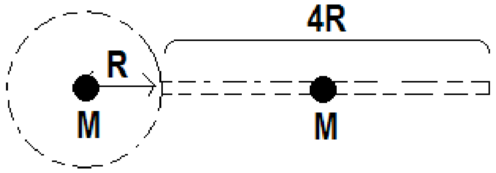
Quando $R = L/4$ e $m_1 = m_2$, a distância do centro de massa da raquete ao centro do aro circular vale:
a) R/2
b) R
c) 3R/2
d) 2R

Solução:

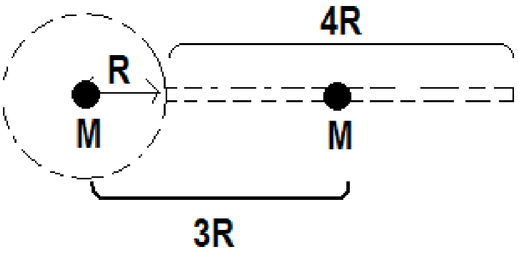
O cabo é 4 vezes o tamanho do raio



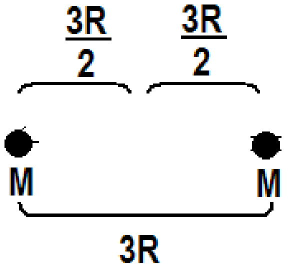
O centro de massa do aro é no centro. Então temos M no centro.
O centro de massa do cabo é no centro do cabo, assim temos M no meio do cabo.



Então a distância entre as massas iguais é 3R.



O centro de massa de duas massas iguais fica no meio da distância entre elas.



Letra C

- **Condições de equilíbrio**

- **Equilíbrio da partícula**

Condições:
-Somatório das forças que atuam sobre a partícula é nulo.
-Não sobram forças – a Primeira Lei de Newton é suficiente para garantir o equilíbrio.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$$

- **Equilíbrio do corpo extenso**

- Somatório das forças é igual a zero;

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$$

A força resultante ser número garante o equilíbrio de translação, isto é, o corpo não vai andar.

- Somatório dos momentos é igual a zero;

$$\Sigma\vec{M} = \vec{0}$$

O momento resultante igual a zero garante o equilíbrio de rotação, isto é, o corpo não vai girar.

- **Momento de uma Força ou Torque**

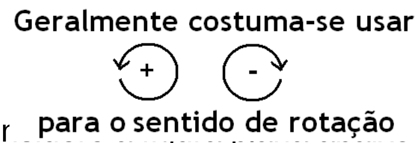
O momento da força ou torque á grandeza vetorial que produz rotação. Para que se possa rodar algum objeto é preciso um ponto de apoio e de uma força. A grandeza momento é o produto da força pela distância entre a reta suporte da força e o ponto de apoio considerado.

Contudo é necessário usar apenas a parte escalar do momento nas análises que costumamos aplicar no ensino médio.

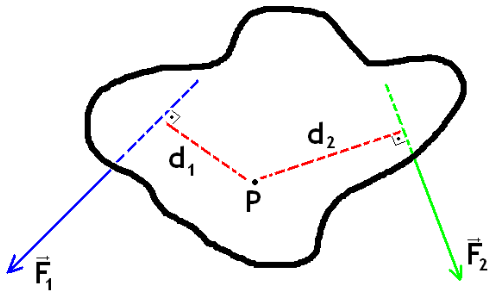
Assim o momento é resumido a

$$M = Fd.$$

Costuma-se atribuir um sinal ao sentido da rotação:



Cor [illegible] onde estão aplicadas duas forças.

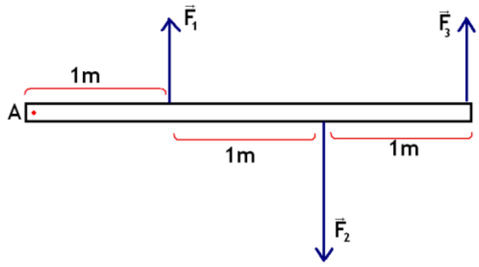


Em relação ao ponto P

$M_1 = +F_1 d_1$

$M_2 = -F_2 d_2$

Vamos fazer um exemplo numérico
Uma haste de massa desprezível em repouso na horizontal recebe as três forças abaixo.
Na figura as forças valem:
$F_1 = 4$ N
$F_2 = 10$ N
$F_3 = 6$ N



O corpo possui uma força resultante que vale zero. As forças para cima somam o mesmo valor que as somas para baixo.

Contudo o momento resultante não é zero.

Vamos fazer o momento resultante em relação ao ponto A da barra.

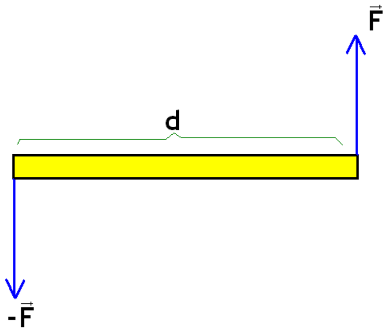
Usando a convenção de rotação:
Horário = negativo
Anti-horário = positivo

$M_{RES} = +F_1 d_1 - F_2 d_2 + F_3\, d_3$
$M_{RES} = 4x1 - 10x2 + 6x3$

$M_{RES} = 2$ Nm

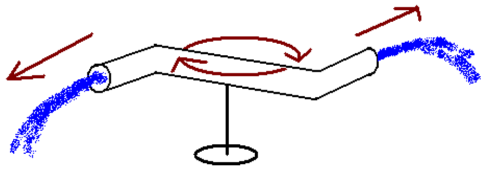
O momento resultante teve sinal positivo, isto significa que a barra vai girar no sentido anti-horário em relação ao ponto A

Um caso interessante que não terá momento nulo é o chamado binário.



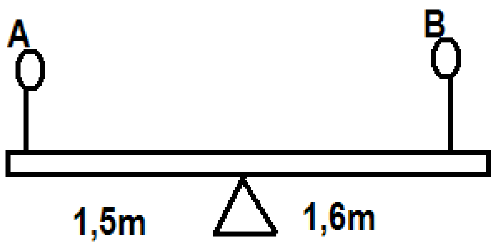
M = ±Fd

Binários são úteis quando deseja-se que o corpo fique girando, por exemplo, irrigadores de jardim.



Exercício resolvido:

A figura ilustra uma gangorra de braços iguais. Contudo as crianças A e B não estão sentadas em posições eqüidistantes do apoio. A criança A de 470 N de peso está a 1,5m do apoio. A criança B de 500 N de peso está a 1,6 m do apoio. O peso da haste da gangorra é de 100N. A gangorra vai:



a) descer no lado da criança A.
b) descer no lado da criança B.
c) ficar em equilíbrio na horizontal.
d) fazer uma força de 970 no apoio.

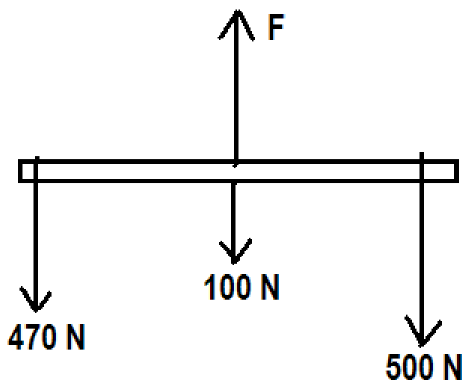
Solução:

As forças que atuam na gangorra são:

Força F_A que a criança faz na gangorra de mesmo módulo que seu peso = 470 N
Força F_B que a criança faz na gangorra de mesmo módulo que seu peso = 500 N

Peso da gangorra que atua no centro de massa (meio) = 100 N

Força de reação normal da gangorra no apoio = F



O valor da força F do apoio é a soma das forças verticais (para ter resultante zero), assim
F = 100 + 470 + 500 = 1070 N
[já exclui a letra D]

Para saber para que lado a gangorra vai girar ou se permanecerá em equilíbrio vamos fazer os momento de cada lado em relação ao ponto de apoio.

$M_A = + F_A.d_A = 470 \times 1,5 = 705$ N.m
$M_B = - F_B.d_B = - 500 \times 1,6 = - 800$ N.m

O Momento resultante é $M_{RES} = 705 – 800 = - 95$ N.m.
Logo a gangorra pende para o lado de B (horário).

Obs.: Observe que é importante entender que a o momento de A é contrário ao momento de B. Não é preciso colocar o sinal, basta perceber que o maior momento vai fazer girar naquele sentido.

Assim

$M_A = F_A.d_A = 470 \times 1,5 = 705$ N.m
$M_B = F_B.d_B = 500 \times 1,6 = 800$ N.m

Como $M_B > M_A$ a gangorra gira para B.

Letra B.

Os casos comuns são os casos onde já há equilíbrio ou o equilíbrio é exigido pelo problema.

Nesses casos o momento resultante é nulo

Exercício resolvido:

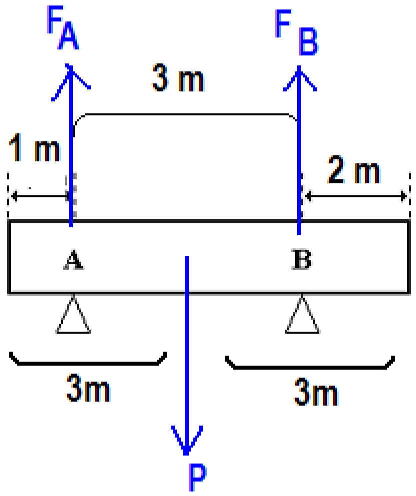
(FATEC) Uma barra de ferro, uniforme e homogênea, de peso 150 N está apoiada nos cavaletes A e B, distanciados de 3,0 m, conforme a figura a seguir.

As intensidades das forças de reação nos apoios A e B são, em newtons, respectivamente,

a) 75 e 75.
b) 50 e 100.
c) 100 e 50.
d) 150 e 150.

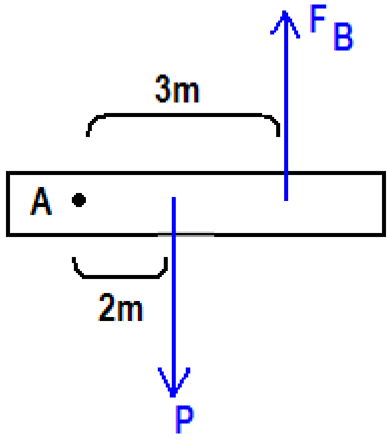
Solução:

Vamos analisar as forças e as distâncias envolvidas:



O peso atua no centro de massa da barra homogênea (que possui 6m). Assim atua a 3m de cada uma das extremidades.

A solução mais simples é escolher um ponto de referência para calcular o torque que isole uma das forças desconhecidas; por exemplo, o apoio A:
A distância de F_B até A é 3m e a distância do peso até A é de 2m.
Para A, a força em B gira para um lado (anti-horário) e o peso gira para o outro (horário).



Vamos fazer o momento resultante igual a zero.

$$+ (F_B \times 3) + (- P \times 2) = 0$$

ou então igualar os momentos

$$M_{\text{gira para um lado}} = M_{\text{gira para o outro lado}}$$

$$F_B \times 3 = P \times 2.$$

Desse modo não é preciso colocar sinal negativo.

Resolvendo temos

$$F_B \times 3 = 150 \times 2$$

$$F_B = 100\ N$$

Como a resultante das forças deve dar zero, temos que

$$F_A + F_B = P$$

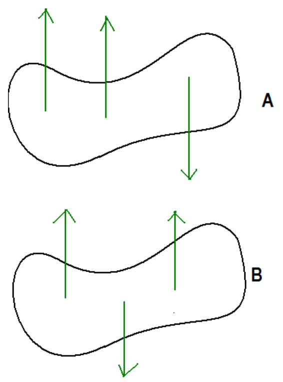
$$F_A + 100 = 150$$

$$F_A = 50\ N$$

Letra B.

- **Três forças paralelas e coplanares**

Observe as três forças paralelas coplanares que atuam nos corpos abaixo.



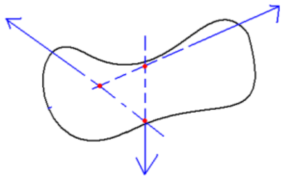
Só há possibilidade de repouso na situação B. Na situação A teremos sempre uma resultante no torque diferente de zero. Então uma condição para que três forças paralelas coplanares produzam repouso é que a força de sentido oposto às outras fique entre elas.

Mas se as forças não são paralelas há um teorema que ajuda a resolver a situação.

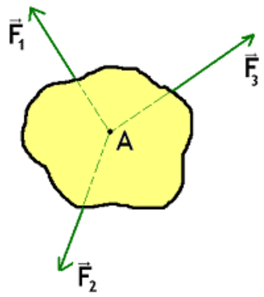
- **Teorema das três forças (Lamy)**

Quando um corpo extenso está em equilíbrio sob a ação de três forças não paralelas, elas são coplanares e suas linhas de ação concorrem necessariamente a um ponto.

Observe que no objeto a seguir as forças convergem para pontos diferentes. Aqui não ocorrerá equilíbrio.



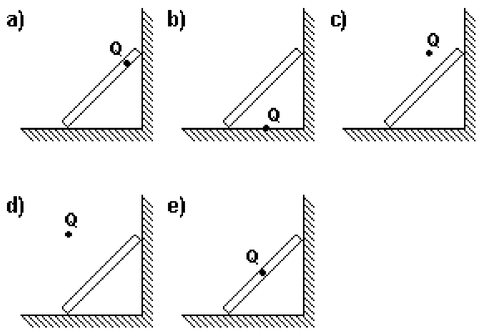
Agora veja este caso abaixo:



Aqui existirá equilíbrio

Exercício resolvido:

(UFF) Uma escada homogênea, apoiada sobre um piso áspero, está encostada numa parede lisa. Para que a escada fique em equilíbrio, as linhas de ação das forças que agem sobre a escada devem convergir para um mesmo ponto Q.
Assinale a opção que ilustra a situação descrita e apresenta o ponto Q mais bem localizado.

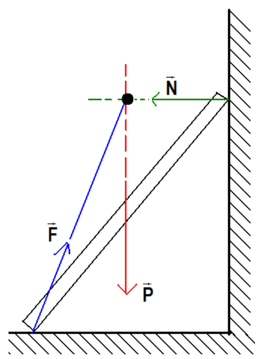


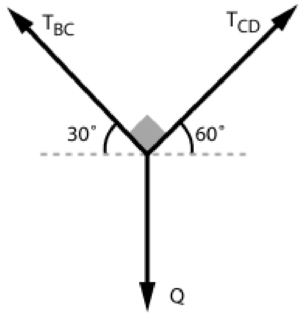
Solução:
O teorema das três forças resolve a situação. O peso atua no centro da barra. Na parede só há a força normal (sem atrito) e no chão a força também deve apontar para o mesmo ponto de encontro.

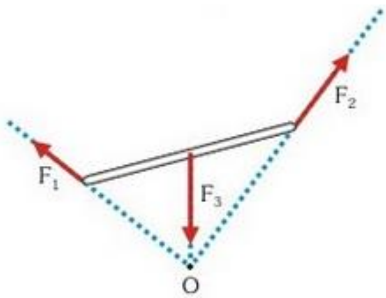
Resposta: letra C

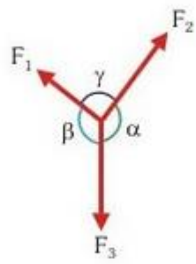
Segunda Versão do Teorema de Lamy

Uma consequência imediata da aplicação da Lei dos Senos ao triângulo de forças é uma generalização do Teorema de Lamy: quando um corpo rígido em equilíbrio se encontra sob a ação de três forças concorrentes, o módulo de cada uma delas é diretamente proporcional ao seno de seu respectivo ângulo oposto.





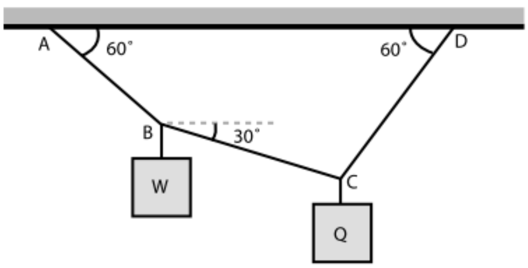




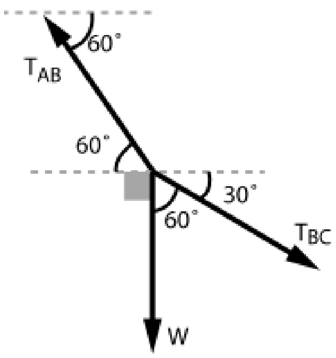
$$\frac{F_1}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{F_2}{\operatorname{sen}\beta}=\frac{F_3}{\operatorname{sen}\gamma}$$

Exercício resolvido:

Se o sistema mostrado se encontra em equilíbrio, determine Q se W=240N.



Solução:
No ponto "B":



$$\frac{T_{BC}}{\operatorname{sen}(90°+60°)}=\frac{W}{\operatorname{sen}150°}$$

$$T_{BC}=W \therefore T_{BC}=240N$$

No ponto "C":

$$\frac{T_{BC}}{\text{sen}\,150°} = \frac{Q}{\text{sen}\,90°} \therefore Q = \frac{1 \times 240}{1/2}$$

$$Q = 480N.$$

Momento Linear

O conceito de Momento Linear é um conceito que surge para relacionar a massa e a velocidade. É bastante intuitivo perceber que colocar alguma coisa pesada em movimento é mais difícil do que colocar uma coisa leve. Assim surge a relação entre massa e velocidade. Pense em um empurrão idêntico dado a uma bola de futebol e a uma bola de boliche. Qual ficará mais rápida?
Pode-se perceber que velocidade e massa são grandezas inversamente proporcionais para um mesmo "empurrão". Então definimos a grandeza momento linear:

O Momento Linear ou Quantidade de movimento (Q ou p) é a grandeza vetorial dada pelo produto entre a massa de um corpo e sua velocidade.

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

Unidade (Q) = kgm/s

Obs.: O uso do termo *Quantidade de Movimento* costuma ser mais comum nos vestibulares

A Segunda Lei de Newton nos mostra uma relação com o momento linear.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$
$$\Delta t.\vec{F} = m.\Delta\vec{v}$$
$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

Observe que o produto massa vezes velocidade é a grandeza momento, assim a grandeza massa vezes variação de velocidade é a variação do momento linear.

A grandeza tempo vezes força é chamada de Impulso.

Então se pode dizer que o Impulso resultante de uma força é a variação do momento linear. Essa relação é conhecida como **Teorema do Impulso:**

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

Obs.:

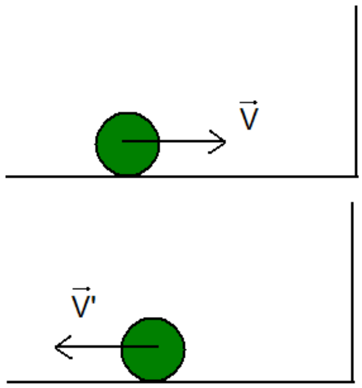
1) A unidade de momento linear é a mesma de impulso.

1 kgm/s = 1 N.s

2) O impulso é uma grandeza vetorial assim como a quantidade de movimento e a sua variação.

Exemplo:

Uma bola de 3,0 kg se aproxima de uma parede com uma velocidade de 10m/s. A bola colide com a parede e retorna com a mesma velocidade de 10m/s (observe a figura). Calcule o módulo do impulso da força da parede sobre a bola.



O impulso é $\Delta t.F$, mas não temos o tempo nem a força, logo temos que aplicar o teorema do impulso e usar $I = m\Delta v$

Aqui ocorre um erro comum nos estudantes que é achar que a variação de velocidade é nula, pois trabalha apenas com o valor numérico da velocidade (executa $\Delta V = V_{final} - V_{inicial} = 10 - 10 = 0$) e encontra uma variação nula para a quantidade de movimento e para o impulso. Isto quer dizer que a força da parede sobre a bola é nula? Esse tipo de erro ocorre porque a velocidade e a quantidade de movimento são vetoriais. Para fazer a conta algébrica é preciso primeiro entender a parte vetorial.
A bola que vai para a direita não pode ter o mesmo sinal de velocidade que a bola que vai para a esquerda. Assim, uma das duas terá sinal negativo.

Logo, temos duas opções:

$\Delta V = V_{final} - V_{inicial}$

$\Delta V = 10 - (-10) = 20$ m/s

ou

$\Delta V = -10 - (+10) = -20$ m/s

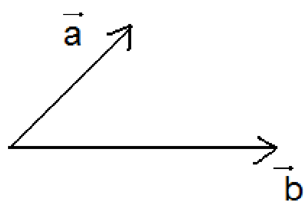
Nos dois casos o módulo é 20m/s.

$|\Delta V| = 20$ m/s

Assim o módulo do impulso é:

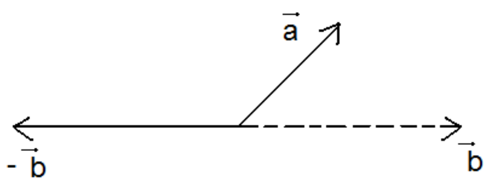
$I = m\Delta V = 3.\ 20 = 60$ kgm/s

Dica: lembre-se da subtração vetorial.



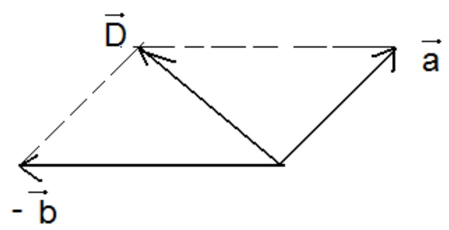
$\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$

Uma subtração vetorial é uma adição de um vetor contrário.



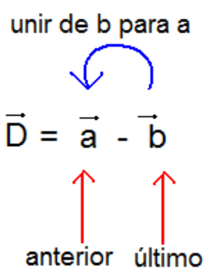
$\vec{D} = \vec{a} + (-\vec{b})$

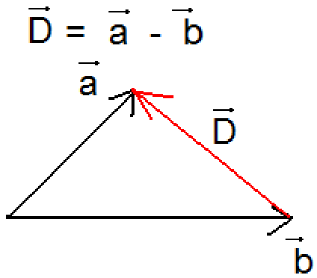
Então



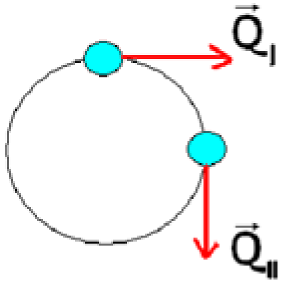
Outra forma (mais prática) de fazer a subtração vetorial é ligar do inicial para o final [na fórmula do último para o anterior].

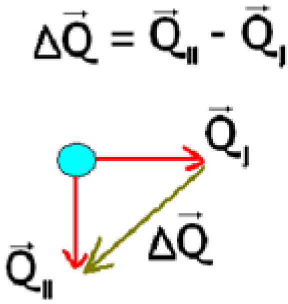
Assim



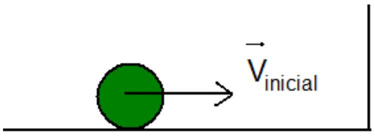


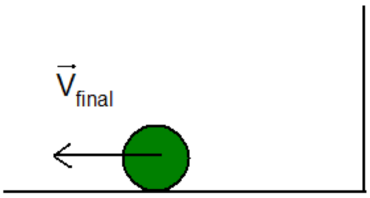
Ou para o momento linear



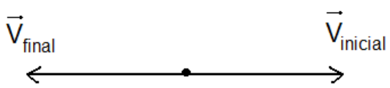


No exemplo anterior as velocidades são horizontais e de módulo 10m/s.





Então:



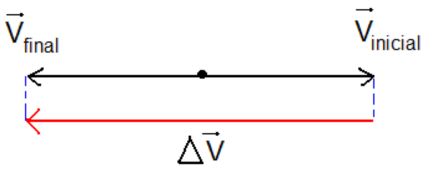
Fazendo

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_{final} - \vec{V}_{inicial}$$

Vamos ligar de inicial para final

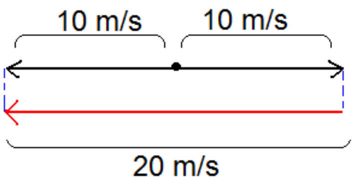
unir de $\vec{V}_{inicial}$ para $\vec{V}_{final}$

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_{final} - \vec{V}_{inicial}$$



Observe que se o módulo de

$$\left|\vec{V}_{final}\right| = \left|\vec{V}_{inicial}\right| = 10 \text{ m/s}$$



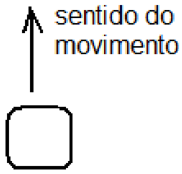
$$\left|\Delta\vec{V}\right| = 20 \text{ m/s}$$

Coerente com o resultado e com o sentido da força. Observe que a força que a parede exercer na bola é horizontal para direita.

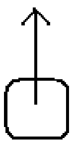
Dica: O impulso, a variação da quantidade de movimento, a variação de velocidade, a força resultante e a aceleração resultante são todas grandezas vetoriais de mesma direção e sentido, pois massa e tempo são escalares positivos.

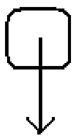
Exercício resolvido:

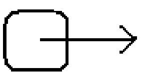
Uma pedra é lançada verticalmente para cima. A figura seguinte ilustra a pedra em um momento de subida antes de atingir a altura máxima.

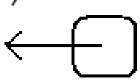


Assinale a opção que indica a direção e o sentido do impulso resultante sobre a pedra.

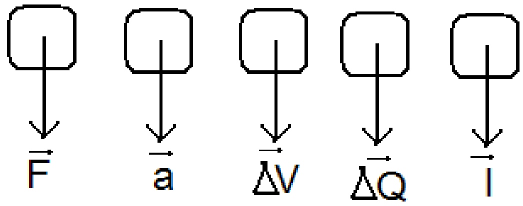
a) 

b) 

c) 

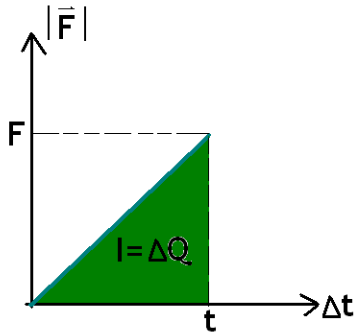
d) 

Solução: Lembre-se que o impulso deve ter a mesma direção e sentido da força resultante sobre o objeto. A força resultante sobre o objeto é o peso do objeto que é vertical para baixo, assim o impulso é vertical para baixo.



Letra B

Obs.: Mesmo que no exercício anterior fosse levada em conta a resistência do ar, ela seria para baixo, então a resultante também seria.
Para forças variáveis é preciso usar o gráfico:



Em um gráfico F x t a área sob o gráfico é numericamente igual ao impulso ou à variação da quantidade de movimento.

Obs.: Uma grandeza importante na Física é a Energia Cinética.
É a energia associada a qualquer corpo em movimento. Assim um corpo com massa m e velocidade v possui uma energia cinética.

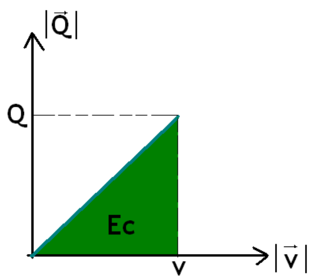
$$E_{CIN} = \frac{mv^2}{2}$$

A energia cinética também pode ser escrita em função da quantidade de movimento:

$$Ecin = \frac{mvv}{2} = \frac{QQ}{2m}$$

$$E_{Cin} = \frac{Q^2}{2m}$$

e também relaciona-se pelo gráfico



Em um gráfico Q x v a área sob o gráfi ual à energia cinética da partícula.

- **Sistema Isolado**

Um sistema isolado é aquele em que a resultante das forças externas é nula. Assim o impulso total é nulo.

$$\vec{I} = \Delta t.\vec{F} = \vec{0}$$

A quantidade de movimento de um sistema isolado se mantém constante.

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q} = \vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$$
$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

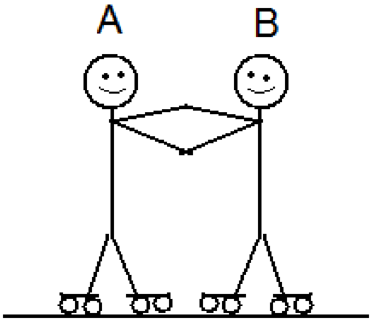
A relação anterior é conhecida como **Princípio da Conservação do Momento Linear.**

$$\vec{Q}_{INICIAL} = \vec{Q}_{FINAL}$$

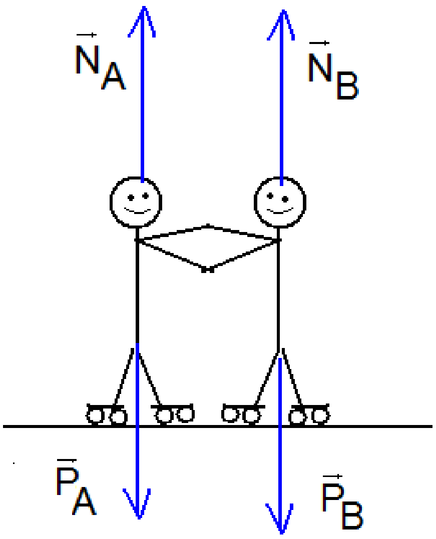
Obs.:
Para resolver problemas de sistemas isolados é preciso entender o conceito de forças externas e forças internas:

Uma força interna é uma força feita por agentes internos ao sistema e uma força externa é uma força feita por agentes externos ao sistema. A dificuldade da compreensão reside no fato de definir o que é sistema. O sistema é formado pelo conjunto de objetos escolhidos para fazerem parte do sistema.

Vamos pegar como exemplo dois patinadores A e B em um plano horizontal. Estão em repouso, com força resultante externa nula.

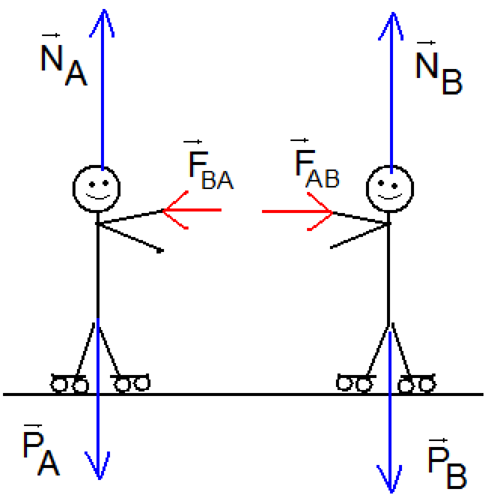


As forças que atuam nos patinadores são: peso e reação normal.



As forças peso e normal são forças externas ao sistema formado pelos dois patinadores, pois são forças feitas por agentes externos: a Terra e o solo.

Em certo instante eles se empurram e adquirem velocidades:



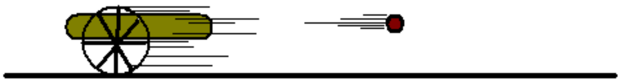
Observe que o sistema (formado pelos dois patinadores) mantém sua resultante nula, mas separados eles possuem resultante.
A força que A faz em B (F_{AB}) é igual à força que B faz em A (F_{BA}), pois formam um par ação-reação. Elas são forças internas ao sistema, pois são feitas pelos agentes internos (dois patinadores).
Os patinadores separados terão resultantes, mas quando considerados juntos (como sistema), não.

Dica: Os exercícios de sistemas isolados costumam ocorrer com dois ou mais corpos. Exemplo: patinadores que se empurram, canhão que dispara projétil, bombas que explode em pedaços, carrinhos impulsionados por molas comprimidas e semelhantes.

Vejamos outro exemplo:

Um canhão parado com um projétil em seu interior possui força resultante zero e quantidade de movimento inicial zero.

Após ser disparado não há forças externas horizontais (a resistência do ar é desprezada na direção horizontal), portanto a quantidade de movimento (horizontal) se conserva. Pode-se escrever que a quantidade de movimento final é igual à inicial (zero também).



Usando o princípio da conservação do momento linear no eixo X:

$$Q_i = Q_f = 0$$

$0 = M_{CANHÃO}V_{CANHÂO} + m_{PROJÉTIL}v_{PROJÉTIL}$

$M_{CANHÃO}V_{CANHÂO} = - m_{PROJÉTIL}v_{PROJÉTIL}$

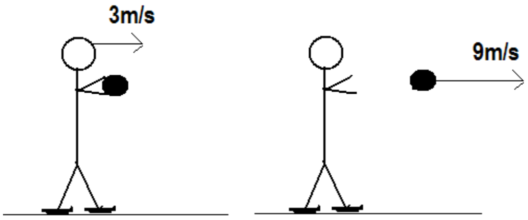
(sinal indica sentidos opostos)

Exercício resolvido:

(PUC-RS) Um jovem de massa 60kg patina sobre uma superfície horizontal de gelo segurando uma pedra de 2,0kg. Desloca-se em linha reta, mantendo uma velocidade com módulo de 3,0m/s. Em certo momento, atira a pedra para frente, na mesma direção e sentido do seu deslocamento, com módulo de velocidade de 9,0m/s em relação ao solo.
Desprezando-se a influência da resistência do ar sobre o sistema patinador-pedra, é correto concluir que a velocidade do patinador em relação ao solo, logo após o lançamento, é de:

a) 3,0m/s, para trás.
b) 3,0m/s, para frente.
c) 0,30m/s, para trás.
d) 0,30m/s, para frente.
e) 2,8m/s, para frente.

Solução:



O sistema é isolado no eixo horizontal e, assim, é possível conservar o momento linear. As velocidades para frente terão sinais positivos.

$$Q_{inicial} = Q_{final}$$

$$(M_{homem} + m_{pedra})V = M_{homem}V' + m_{pedra}V_{pedra}$$

$$(60 + 2) \times 3 = 60\ V' + 2 \times 9$$

$$186 = 60\ V' + 18$$

$$60\ V' = 168$$

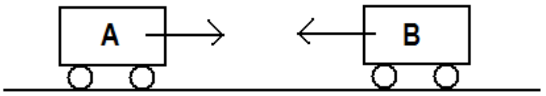
$$V' = 2{,}8\ m/s$$

Como o sinal da velocidade é positivo, isto significa que o homem terá velocidade para frente.

Letra E.

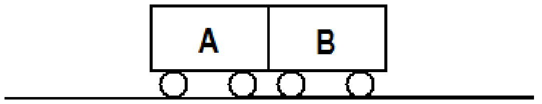
Exercício resolvido:

A figura abaixo ilustra dois carrinhos que se chocam.



$M_A = 2{,}0$ kg $M_B = 3{,}0$ kg
$V_A = 5{,}0$ m/s $V_B = 4{,}0$ m/s

Após a colisão os corpos caminham juntos.



A velocidade do conjunto após a colisão é:

a) 0,40 m/s para esquerda
b) 0,40 m/s para direita

c) 4,4 m/s para direita
d) 4,4 m/s para esquerda

Solução:

O sistema é isolado e o momento linear se conserva.

$$Q_{INICIAL} = Q_{FINAL}$$

$M_AV_A + M_BV_B = (M_A + M_B)V$

É importante escolher um referencial para colocar sinais nas velocidades. Colocando para direita como positivo, o corpo A terá velocidade positiva e o corpo B terá velocidade negativa.

$M_AV_A + M_BV_B = (M_A + M_B)V$

$2 \times 5 + 3 \times (-4) = (2 + 3)V$

$10 - 12 = 5V$

$-2 = 5V$

$V = -0{,}40$ m/s

Como o sinal da velocidade é negativo, quer dizer que os corpos possuem a orientação do eixo para o lado esquerdo.

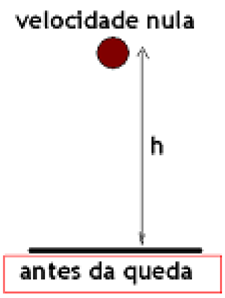
Letra A.

- **Colisões**

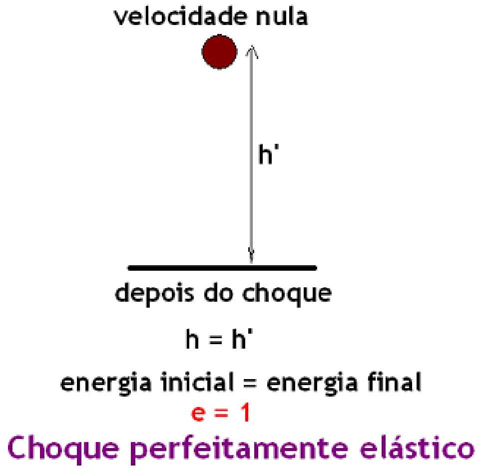
As colisões são classificadas de acordo com a energia conservada no choque.

Vamos usar a queda de uma bola sem resistência do ar para classificar as colisões.

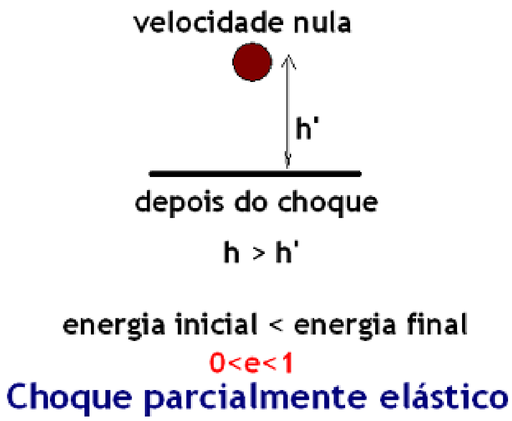
A bola é abandonada de uma altura h, a partir do repouso.



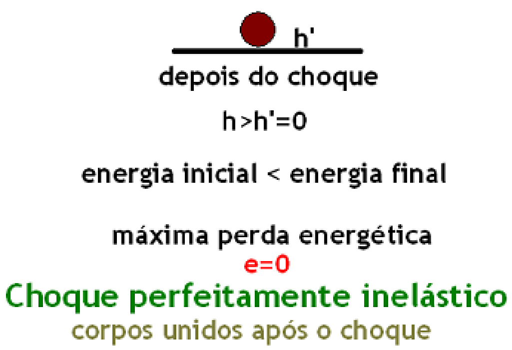
Se após a colisão a esfera atingir a altura inicial, isso significa que não houve transformação de energia mecânica em outra forma de energia. O choque é classificado como perfeitamente elástico.



Se após a colisão a esfera atingir uma altura menor, parte da energia mecânica foi transformada. O choque é chamado parcialmente elástico.



Se após o choque os corpos ficarem unidos, ocorre a perda máxima de energia e o choque é classificado de perfeitamente inelástico.



No esquema anterior, a letra e representa o coeficiente de restituição.

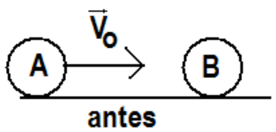
Para um choque entre duas partículas A e B, o coeficiente de restituição (e) é definido como a razão entre o módulo da velocidade relativa entre A e B pouco depois do choque (velocidade relativa de afastamento) e o módulo da velocidade relativa entre A e B pouco antes do choque (velocidade relativa de aproximação)

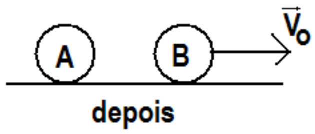
$$e = \frac{|velocidade\ relativa\ de\ afastamento|}{|velocidade\ relativa\ de\ aproximação|}$$

$$e = \frac{|V_A' - V_B'|}{|V_B - V_A|}$$

Choque elástico: e= 1
Choque parcialmente elástico: 0<e<1
Choque inelástico: e=0 (corpos unidos)

Dica: Em uma colisão unidimensional perfeitamente elástica entre corpos de massas iguais, ocorre troca de velocidades.





Hidrostática

A hidrostática é a parte da Física que estuda os líquidos em equilíbrio. A hidrodinâmica vai estudar os líquidos em movimento, e embora seja muito interessante, não faz parte da maioria dos programas de vestibular (bem como do Enem).

O estudo da hidrostática é a compreensão de alguns conceitos simples, mas de utilidade variada.

- **Massa específica**: É a grandeza definida pela razão entre a massa e o volume das substâncias homogêneas (é uma característica do material e costuma ser representada pelas letras μ ou ρ).

$$\mu = \frac{m}{V}$$

- **Densidade Absoluta** (d): possui a mesma razão que a massa específica, mas é usada para qualquer corpo ou substância (Exemplo: uma garrafa de plástico pode mudar de densidade à medida que a enchemos ou a esvaziamos de água, ou seja, a massa muda para um mesmo volume).

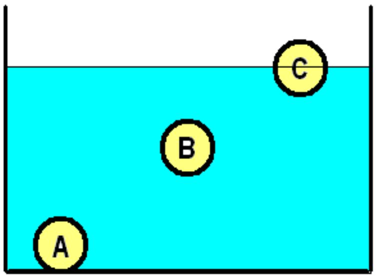
$$d = \frac{m}{V}$$

Unidades de μ ou d: kg/m^3.

Obs.1: é comum o uso de outras unidades diferente do Sistema Internacional. Por exemplo, para a água:
d = 1,0 kg/L ou d = $1 g/cm^3$. No S.I. => d = $1{,}0 \times 10^3\ kg/m^3$

Obs.2: uma grandeza pouco utilizada nos vestibulares é o peso específico que é a razão entre o peso e o volume da substância [$\rho = P/V = mg/V = \mu g$]

Exercício resolvido:
A figura abaixo ilustra três esferas A, B e C em um recipiente com água.

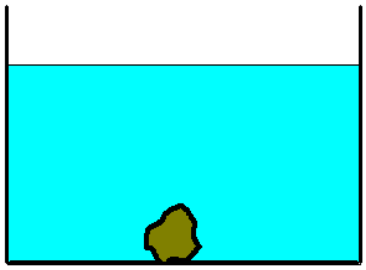


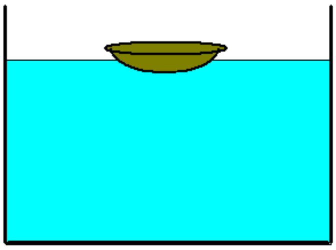
Analisando a situação ilustrada anteriormente vemos que:

a) a densidade da esfera A é menor do que a da água.
b) a densidade da esfera C é menor do que a da água.
c) a densidade da esfera B é maior do que a da água.
d) a densidade da esfera C é igual a da água.

Solução: Os objetos mais densos vão para baixo e os menos densos vão para cima. Assim é possível observar que a densidade de A é maior do que a da água (até poderia ser igual, mas analisando o desenho percebe-se que o objetivo da questão é diferenciar as densidades de A e B). A densidade de B é igual a da água e a densidade de C é menor do que a da água.
Letra B.

Obs.: Um navio flutua porque sua densidade é menor do que a da água. Um metal consegue flutuar na água bastando ter seu volume aumentado, assim modifica-se a densidade.
Uma experiência interessante para mostrar esse efeito é colocar uma massinha de modelar dentro d'água e em seguida modelar um barquinho com a mesma massa.


antes

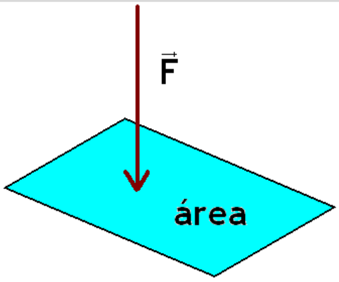

depois

Aumentando o volume e deixando a massa constante, consegue-se uma densidade menor do que a da água.

- Pressão

É a grandeza escalar que corresponde à razão entre a resultante perpendicular (normal) das forças e sua área de atuação.

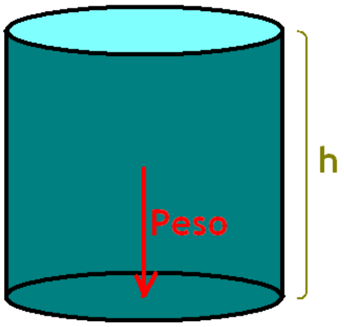
$$P = \frac{|\vec{F}|}{A}$$



Unidade (P) = N/m² = Pa (Pascal)

- Pressão de uma coluna de líquido (Pressão Hidrostática)

$$P_{Hidro} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$$



Mas

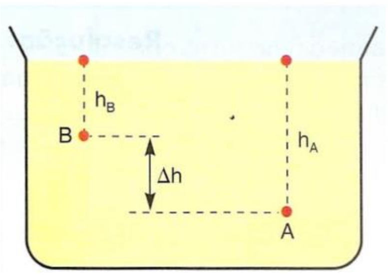
$$\mu = \frac{m}{V} \therefore m = \mu V.$$

Logo

$$P = \frac{\mu V g}{A} = \frac{\mu A h g}{A} \therefore P_{Hidro} = \mu g h.$$

- **Teorema de Stevin**

Consideremos um líquido de massa específica μ, em equilíbrio no recipiente da figura.



Sejamos pontos A e B do líquido situados a uma distância h_A e h_B, respectivamente, da superfície do líquido. As pressões devidas à coluna de líquido nesses pontos são:

$$P_A = \mu h_A g$$
$$P_B = \mu h_B g$$

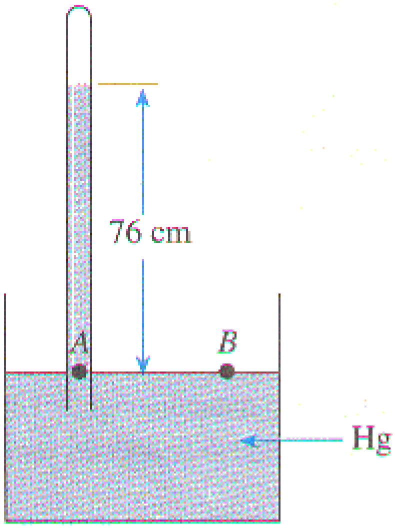
Subtraindo as equações, tem-se que

$$P_A - P_B = \mu g(h_A - h_B) \therefore P_A = P_B + \mu g \Delta h.$$

Obs.: Se o ponto B estiver na superfície do líquido, a pressão exercida pelo ar é a pressão atmosférica, e a equação acima toma a forma $P_A = P_{atm} + \mu g h$, onde h é a altura (desnível) entre a superfície e o ponto A.

- **Experiência de Torricelli**

Nos idos do século XVII, o físico-matemático Evangelista Torricelli realizou o seguinte experimento para medir a pressão atmosférica ao nível do mar: em um recipiente preenchido com mercúrio foi emborcado outro tubo tampado e cheio de mercúrio.
Depois do tubo emborcado, a tampa é retirada. O mercúrio sai do tubo e eleva o nível do recipiente externo



Em certo instante o mercúrio estabiliza. Forma-se um vácuo (mercúrio a baixa pressão) na região superior do tubo. A coluna estabiliza em 760 mm.
A conclusão que se tira é que, como os pontos A e B estavam no mesmo nível de um líquido em equilíbrio, a pressão que o ar exerce sobre a superfície livre do mercúrio no vaso é igual à pressão dos 760 mm (76 cm) de mercúrio contidos no tubo.

Logo,

$$P_A = P_B \rightarrow P_A = P_{atm} = \mu g h.$$

Mas $\mu = 13{,}6.10^3 kg/m^3$
$g = 9{,}8 m/s^2$
$h = 0{,}760 m$

Portanto, $P_{atm} = 13{,}6.10^3.9{,}8.0{,}760 \rightarrow P_{atm} = 1{,}01.10^5 N/m^2$.
Assim, a pressão atmosférica equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 760 mm de altura.

Essa é a pressão no Sistema Internacional.

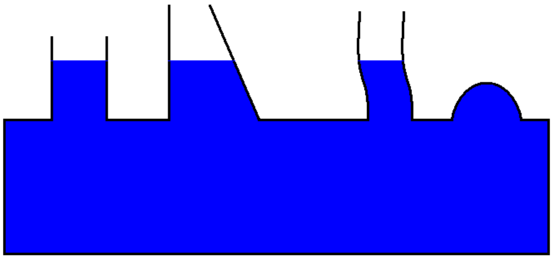
Outras unidades usuais:

$P_{atm} = 1{,}01.10^5 \approx 1.10^5 = 1\,atm = 76cmHg = 760mmHg$

$P_{atm} = 10m\ de\ água$
Obs.: A pressão atmosférica suporta uma coluna de 10 m de água. Isso quer dizer que uma pessoa a 20 m de profundidade tem uma pressão de aproximadamente 3 atm (1 atm do ar e 2 atm pela água).

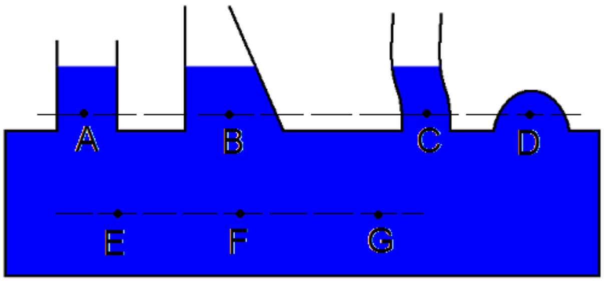
- **Vasos comunicantes**

Observe o recipiente abaixo.



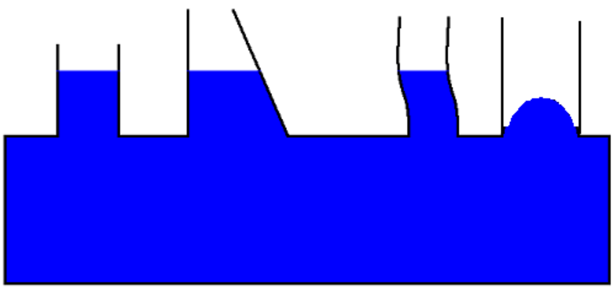
Nas três aberturas a água fica no mesmo nível, pois os pontos estão sujeitos a mesma pressão que é a pressão atmosférica.

É importante ressaltar que pontos em um mesmo líquido, situados em uma mesma linha horizontal, possuem a mesma pressão (pontos isóbaros).

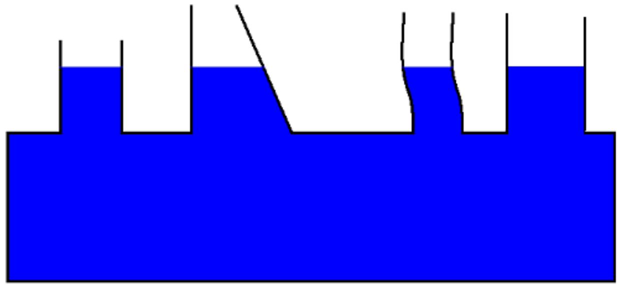


É fácil perceber que os pontos E. F e G são isóbaros. Mas os pontos A, B C e D também são.

Mas, por que o ponto D possui a mesma pressão que os outros se a altura da coluna é menor? A explicação está no fato que a parte superior fechada produz a força necessária na área para que a pressão se iguale. Imagine o que aconteceria se a parte superior da região fosse trocada por outra aberta.



Observe que a água não ficaria como na figura anterior, mas sim como na figura que segue.



Assim é fácil perceber que são pontos isóbaros.

Exercício resolvido:

O mergulhador Herbert Nitsch conseguiu atingir uma profundidade de 214m abaixo da superfície em um mergulho com uma única respiração em 2007. No ponto mais profundo o mergulhador está sujeito a uma pressão de aproximadamente: (considere pressão atmosférica local como 1.10^5 N/m^2 = 1 atm)

a) 100 atm
b) 214 atm
c) 21,4 atm
d) 22,4 atm

Solução:

A pressão atmosférica é equivalente a aproximadamente 10m de água, assim a 214 m o mergulhador está sujeito a uma pressão de 21,4 atm devido à água, mas é preciso acrescentar a pressão atmosférica, ao nível do mar. Assim a pressão no fundo é:

P = 1 + 21,4 =22,4 atm

Ou fazendo pela fórmula
$\mu = 1.10^3$ kg/m^3 (densidade da água)
g = 10 m/s^2

$P = P_{atm} + \mu gh$

$P = 1 . 10^5 + 10^3.10. 214$

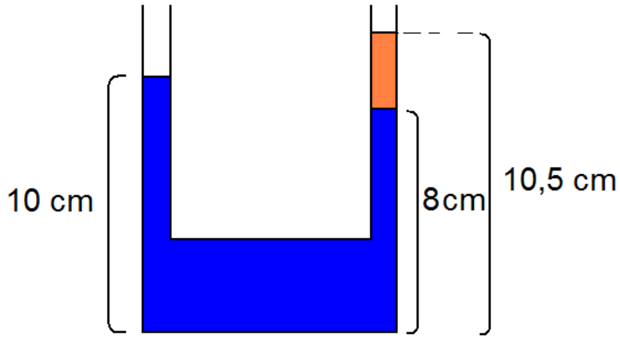
$P = 1. 10^5 + 21,4 . 10^5$

$P = 22{,}4 \cdot 10^5\ N/m^2$

$P = 22{,}4$ atm

Exercício resolvido:

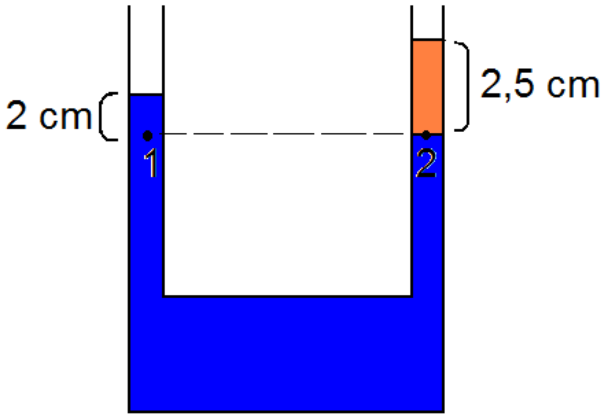
Um tubo em U possui água na parte inferior e uma substância X no lado direito. As dimensões relevantes estão assinaladas no desenho. Qual o valor da densidade da substância X?



a) 0,50 g/cm³
b) 0,80 g/cm³
c) 0,95 g/cm³
d) 1,0 g/cm³
e) 1,2 g/cm³

Solução:

Os pontos 1 e 2 são pontos isóbaros.



A pressão na parte superior em ambos os lados é a pressão atmosférica. Descendo a partir dos pontos 1 e 2 as pressões nos pontos de uma mesma linha horizontal são iguais (pontos isóbaros). Assim a pressão da coluna acima do ponto 1 a mesma da causada pela coluna acima do ponto 2.

$P_1 = P_2$

$1 \text{ atm} + \mu_1 g h_1 = 1 \text{ atm} + \mu_2 g h_2$

$\mu_1 g h_1 = \mu_2 g h_2$

$\mu_1 h_1 = \mu_2 h_2$

Assim (usando a densidade da água 1g/cm^3)

$1 \times 2 = \mu \times 2,5$

$\mu = 0,80 \text{ g/cm}^3$

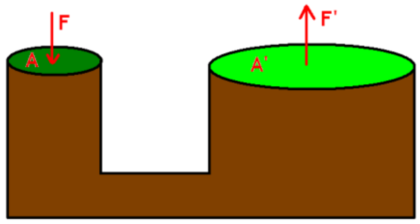
Letra B

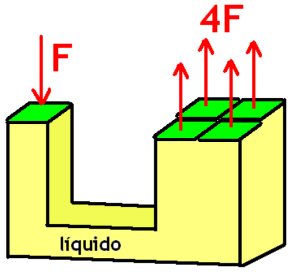
Obs: É fácil perceber que as respostas das letras D e E são impossíveis, pois a densidade do líquido só poderia ser menor da que a da água.

- **Princípio de Pascal**

Os líquidos são incompressíveis, assim se uma força é feita em uma área de um líquido há uma pressão que é transmitida para todos os pontos do líquido.

Significa que uma força F feita em uma área A produz uma força 2F em uma área 2A, isto é, a pressão transmitida é constante.



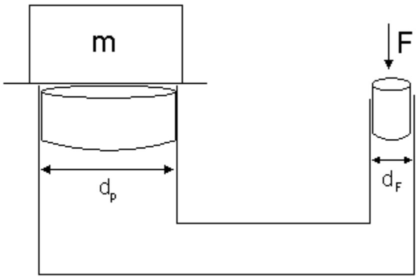


Pontos ao mesmo nível → $\Delta P_1 = \Delta P_2$
Logo,

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Exercício resolvido:

(PUC Rio) Um bloco de massa m = 9000 kg é colocado sobre um elevador hidráulico como mostra a figura abaixo. A razão entre o diâmetro do pistão (d_p) que segura a base do elevador e o diâmetro (d_F) onde se deve aplicar a força F é de $d_P \,/\, d_F = 30$.



Encontre a força necessária para se levantar o bloco com velocidade constante. Considere g = 10 m/s^2 e despreze os atritos.

a) 100 N
b) 300 N
c) 600 N
d) 900 N
e) 1000 N

Solução:

A pressão é transmitida por igual para todos os pontos do liquido, assim

$$\Delta P_1 = \Delta P_2$$
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

É preciso usar a área circular do pistão.

Substituindo a área com o valor do diâmetro:

$$\frac{m_1 g}{\pi R_1^2} = \frac{F_2}{\pi R_2^2}$$
$$\frac{9000.10}{\pi\left(\frac{D_P}{2}\right)^2} = \frac{F_2}{\pi\left(\frac{D_F}{2}\right)^2}$$

Simplificando,

$$\frac{90000}{D_P{}^2} = \frac{F_2}{D_F^2}$$

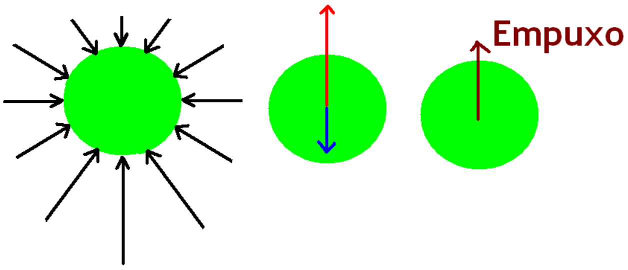
$$90000 = F_2\frac{D_P^2}{D_F^2} = F_2\left(\frac{D_P}{D_F}\right)^2 = F_2(30)^2 = 900F_2$$

$$F_2 = 100N$$

Letra A

- **Princípio de Arquimedes e Empuxo**

Um corpo imerso em um fluido desloca um volume de fluido tal que a diferença de pressão nas diversas profundidades resulta em uma força vertical para cima denominada “Empuxo”.



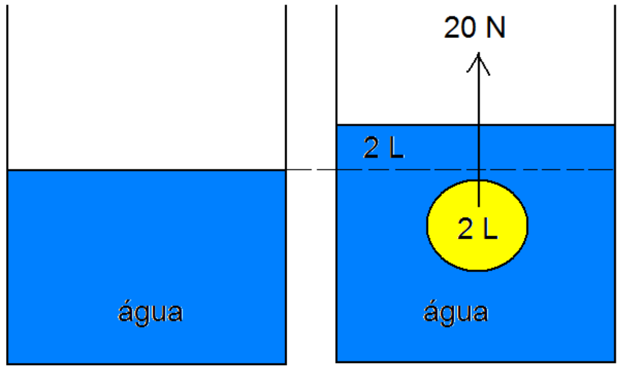
Corresponde ao peso do líquido que possui igual volume ao que o corpo ocupa quando imerso. Costuma-se dizer que o empuxo corresponde ao peso do líquido deslocado.

$$E = m_{líquido}g$$

$$E = d_{líquido}V_{liquido}g$$

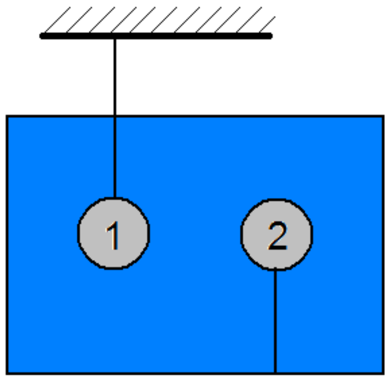
$$E = d_{líquido}V_{imerso}g$$

Dica: É importante perceber que o empuxo é o peso do liquido que ocupa o espaço que passou a ser ocupado pelo corpo imerso. Para a água é simples fazer a conta. Para a água 1kg de água é equivalente a 1 litro de água. Assim se um corpo imerso em água ocupa um volume que era ocupado por 2 litros de água é equivalente a 2 kg de massa e, logo, 20 N de peso. Esse é o valor do empuxo desse corpo.



Exercício resolvido:

Duas esferas de volumes iguais estão imersas em água conforme ilustra a figura abaixo.



A esfera 1 está presa por um fio ideal a um suporte externo e a esfera 2 está presa por um fio ideal ao fundo do recipiente. Em relação aos pesos P_1 e P_2 e aos empuxos E_1 e E_2 é possível escrever as relações:

a) $P_1 > P_2$ e $E_1 = E_2$
b) $P_1 > P_2$ e $E_1 < E_2$
c) $P_1 < P_2$ e $E_1 = E_2$
d) $P_1 < P_2$ e $E_1 > E_2$

Solução:

Os empuxos são iguais, pois o empuxo depende da densidade do líquido onde estão imersas as esferas, da aceleração da gravidade e do volume imerso. Todas as grandezas são iguais.

$E_1 = E_2$

O peso de 1 é maior do que o peso de 2, pois para esfera 1 temos

$P_1 = E + T_1$

E para a esfera 2 temos

$T_2 + P_2 = E$ logo $P_2 = E – T_2$

Logo

$P_1 > P_2$

Letra A

Energia, Trabalho e Potência

As grandezas Trabalho e Energia são grandezas de mesma dimensão. Realizar trabalho é fazer uma transferência de energia entre os corpos. Mas o que é energia? Definir energia é muito difícil, mas podemos tentar entender como "algo" que pode ser guardado ou usado em diferentes formas. Essas formas estão presentes no dia a dia: energia térmica, mecânica, elétrica, eólica, nuclear, química, etc. Energia é uma palavra para designar uma quantidade que pode ser expressa matematicamente e que não se altera após mudanças possíveis que ocorram na natureza.
Aqui vamos nos ater a energia mecânica que é a soma da energia potencial com a cinética. A energia potencial é o "joule guardado", isto é, a energia que está disponível para ser usada, aguardando para ser usada. A energia cinética é a energia do movimento, é o "joule usado", é o trabalho sendo realizado.
A unidade de energia é o joule (J) no Sistema Internacional. A energia possui ainda outras unidades usuais (caloria [cal], quilowatt-hora [kWh], eletron-volt [eV] entre outras) que dependem mais do hábito cotidiano do que da ciência. Você já imaginou perguntar quantos kWh tem um iogurte?

- **Trabalho de uma força**

Embora a ideia de trabalho pareça um gasto de energia de uma pessoa, não usamos o "trabalho de uma pessoa". O trabalho é sempre associado a uma força, por isso usamos o trabalho de uma força. É o ato de transferir energia a um corpo.

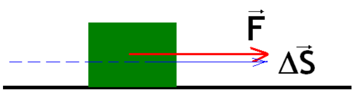
É a grandeza escalar obtida pelo produto escalar da força pelo vetor deslocamento.

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{S}$$

É comum o uso das letras W ou τ para designar trabalho.

Para uma força constante que proporciona um deslocamento na direção da força, pode-se escrever:

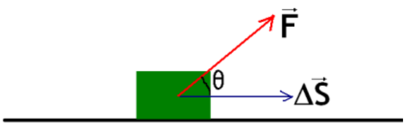
$$W = F\Delta S$$



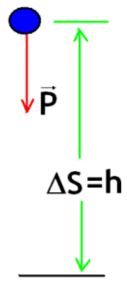
Mas quando a força e o vetor deslocamento fazem um ângulo θ entre si, a expressão do trabalho toma a forma

$$W = F\Delta S\cos\theta.$$

Ou seja, estamos projetando a força na horizontal e calculando seu trabalho. Aliás, não se multiplica, usualmente, vetores como se fossem escalares.



- **Trabalho da Força Peso**



$$W = \vec{P}\cdot\Delta\vec{S} = P\Delta S\cos 0 = mgh$$

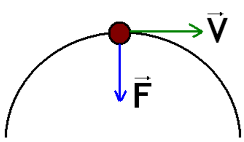
O trabalho da força peso não depende da trajetória, apenas da variação de altura.

Obs.: Se a força está a favor do movimento, o trabalho é dito *motor* e leva sinal positivo. Se a força está ao contrário do movimento, o trabalho é dito *resistente* e leva sinal negativo. Assim o trabalho da força peso de um corpo lançado verticalmente para cima será negativo na subida e positivo na descida.

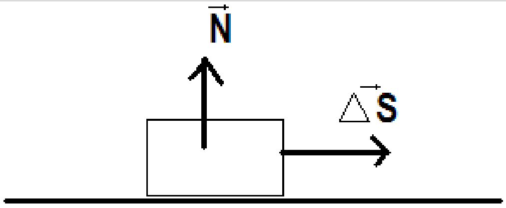
- **Trabalho de uma Força Perpendicular ao Deslocamento**

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{S} = F\Delta S\cos 90° = 0$$

A força perpendicular à velocidade não vai modificar a velocidade, assim não vai transmitir energia ao corpo.



Por exemplo: Um corpo sendo arrastado em uma superfície terá trabalho da força normal igual a zero. Não há contribuição energética por parte da normal para que o movimento se realize (ou fazendo uma análise matemática o ângulo entre a força e o deslocamento é de 90º).

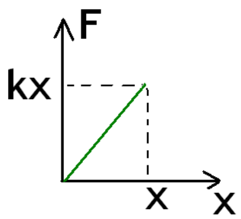


- **Trabalho de uma Força Elástica**

A força elástica é uma força variável, assim seu trabalho é calculado pela área sob o gráfico.

Área = W

$$W = \frac{(kx)x}{2} = \frac{kx^2}{2}$$



Obs.: O deslocamento x é em relação ao equilíbrio, que pode ser $x = 0$.

- **Potência**

Uma máquina é caracterizada não pelo trabalho que efetua, mas pelo trabalho que pode efetuar em determinado intervalo de tempo, donde surge a noção de potência. Por exemplo, para um carro andar mais rápido, isto é, percorrer mesmas distâncias em intervalos de tempo menores, é necessário aumentar o ritmo de combustão do motor, ou seja, aumentar sua potência, cuja expressão é

$$\text{Pot} = \frac{\text{energia}}{\text{intervalo tempo}} = \frac{E}{\Delta t}$$

A energia também pode ser substituída por trabalho.

$$Pot = \frac{W}{\Delta t}$$

Unidade de Potência = J/s = W (watt)
[também há o usual cal/s]

É comum também a citação do rendimento.

Imagine uma máquina que opera com 6000 Watts (potência útil). É fornecida a ela 9000 Watts (potência total), sendo que apenas 6000 Watts a máquina será capaz de absorver, dissipando em forma de calor ou som os 3000 Watts restantes.

O rendimento (η) é dado, portanto, por

$$\eta = \frac{Pot_{UTIL}}{Pot_{TOTAL}}$$

- **Energia**

Energia e Trabalho são grandezas de mesma dimensão. Estão associados às forças que de alguma forma proporcionam ou podem proporcionar movimento.

Faremos aqui a análise da Energia Mecânica

A energia mecânica é a soma das energias potencial e cinética. A energia potencial pode ser do tipo gravitacional (associada à força peso) ou elástica (associada à força elástica).

$E_{MECANICA} = E_{POTENCIAL} + E_{CINÉTICA}$

- Potencial Gravitacional
(é necessário um desnível em relação a um referencial)

$$E_{PG} = mgh$$

- Potencial Elástica
(é necessária a deformação no meio elástico)

$$E_{PE} = \frac{kx^2}{2}$$

Cinética
(é necessário que o corpo esteja em movimento)

$$E_{CIN} = \frac{mv^2}{2}$$

Obs.: Para a solução de exercícios de energia é preciso pensar da seguinte forma: Qual tipo de energia mecânica o corpo possui? Se tiver velocidade – tem energia cinética; se tiver altura em relação a um referencial – tem energia potencial gravitacional; se tiver mola ou meio elástico deformado – tem energia potencial elástica.

- **Teorema da Energia Cinética**

Considere uma força constante F que atua sobre um corpo de massa m, na direção e no sentido do movimento e sendo F a sua força resultante.

O trabalho realizado é

$$W = F\Delta S = ma\Delta S.$$

Mas

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S.$$

Logo,

$$W = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2}\right) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Delta E_{CIN}.$$

O trabalho da força peso possui a mesma fórmula da energia potencial gravitacional. O trabalho de uma força externa sobre um sistema massa-mola possui a mesma fórmula da energia potencial elástica. A energia que se acumula devido a uma força é transformada pelo trabalho daquela força. Assim a força resultante é a força que provoca a variação da energia cinética.

- **Conservação de Energia**

O Princípio da Conservação da Energia diz que quando um número é calculado no início de um processo (o valor da energia), ele será o mesmo no fim do processo. A energia poderá sofrer mudanças na sua classificação, mas continuará sendo expressa pelo mesmo número. Assim, ao ligarmos uma torradeira na tomada, estamos transformando a energia elétrica em energia térmica. Um liquidificador transforma energia elétrica em energia cinética e energia térmica. Uma usina nuclear transforma energia nuclear em calor que será transformado em energia cinética que será transformada em energia elétrica.

Quando aplicamos o Princípio da Conservação de Energia em sistemas mecânicos, estamos dizendo que a energia mecânica será mecânica até o fim do processo, isto é, não será transformada em outra forma de energia.

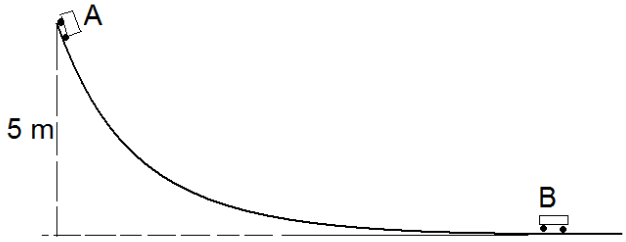
$E_{MEC\ INICIAL} = E_{MEC\ FINAL}$

Quando a energia mecânica se torna outra forma de energia (usualmente calor) o sistema é chamado de não-conservativo (aparecem forças dissipativas como forças de atrito ou de resistência do ar), mas observe que mesmo um sistema chamado de não-conservativo é na verdade um sistema conservativo quando tratamos da totalidade das energias envolvidas.

$E_{MEC\ INICIAL} = E_{MEC\ FINAL} + CALOR$

Exercício resolvido:

Um corpo desce por uma rampa sem atrito a partir do repouso de um ponto A. A velocidade do corpo ao final da rampa ao passar pelo ponto B é:



a) 5 m/s
b) 10m/s
c) 15 m/s
d) 20 m/s

Solução:

O sistema é conservativo, pois não há força dissipativa (atrito), logo a energia é mecânica durante todo o processo.

$E_{MEC\ INICIAL} = E_{MEC\ FINAL}$

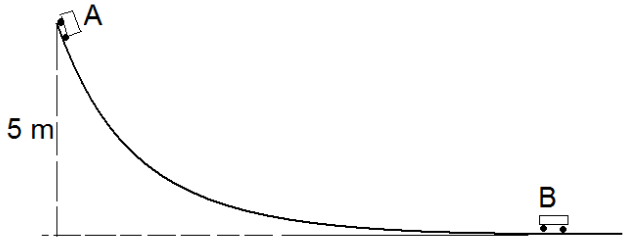
Usando o plano inferior como plano horizontal de referência (PHR) podemos observar que no início (ponto A) o corpo só possui altura (não possui velocidade, nem há nada elástico no processo).
No ponto B o corpo só terá velocidade. Assim em A existe energia potencial gravitacional e em B existe apenas energia cinética.

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$
$$2gh = v^2$$
$$2.10.5 = v^2$$
$$v^2 = 100$$
$$v = 10m/s$$

Letra B

Exercício resolvido:

Um corpo de 2,0 kg desce por uma rampa com atrito a partir do repouso de um ponto A. A velocidade do corpo ao final da rampa ao passar pelo ponto B é 8 m/s. A energia transformada em calor na descida é:



a) 16 J
b) 36 J
c) 64 J
d) 100 J

O sistema é classificado como não conservativo, pois parte da energia mecânica deixa de ser mecânica e passa a ser calor.

Vamos calcular a energia mecânica inicial

$E_{MEC\ INICIAL} = mgh = 2 \cdot 10 \cdot 5 = 100$ J

Vamos calcular a energia mecânica final

$$E_{MEC\ FINAL} = \frac{mv^2}{2} = \frac{2.8^2}{2} = 64 \text{ J}$$

Então a energia transformada em calor é

$E_{MEC\ INICIAL} - E_{MEC\ FINAL} = 100 – 64 = 36$ J

Ou a variação de energia mecânica é:

$E_{MEC\ FINAL} - E_{MEC\ INICIAL} = 64 – 100 = - 36$ J

Aqui o sinal negativo indica uma "perda" de energia.

Observe que usando o Princípio da Conservação de Energia é preciso escrever que ao final do processo houve o surgimento da energia térmica (calor).

Assim:

$E_{MEC\ INICIAL} = E_{MEC\ FINAL}$ + CALOR

100 = 64 + CALOR

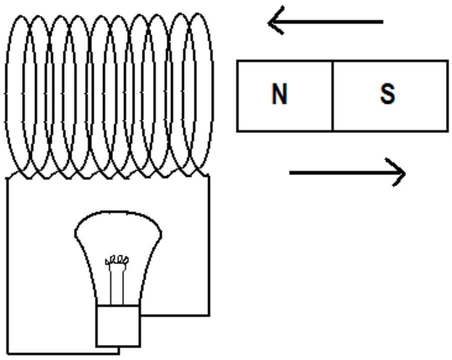
CALOR = 36 J

Letra B

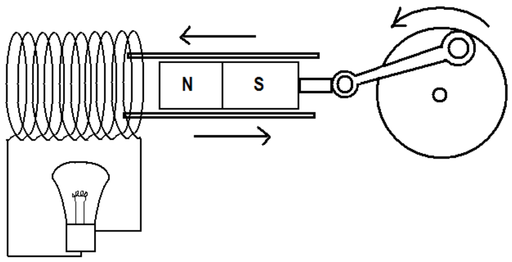
Um dos assuntos mais comuns no exame do Enem é a abordagem sobre a energia elétrica gerada pelas usinas. A interdisciplinaridade a respeito das usinas é um assunto recorrente especialmente do ponto de vista dos impactos ambientais causados pelos diferentes tipos de usinas. Do ponto de vista da Física é necessário conhecer os diversos tipos de usinas geradoras de energia elétrica.

Para entender o processo, observe o esquema a seguir que representa um modelo de geração de energia elétrica bastante simplificado.

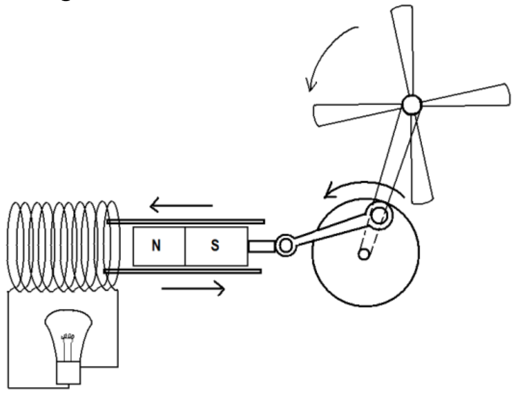
Um fio é enrolado várias vezes formando uma espiral (esse tipo de bobina é chamado solenóide). Os terminais são ligados a uma lâmpada e um ímã será introduzido no solenóide. O ímã possui um campo magnético e a variação do campo magnético que ocorre com a introdução do ímã na bobina gera uma corrente elétrica que acende a lâmpada. Contudo após introduzir o ímã a lâmpada apaga, pois a corrente elétrica cessa. É preciso uma nova variação no campo magnético, então o ímã é retirado do interior do solenóide. Nesse movimento a lâmpada acende novamente. Assim, para manter a lâmpada acesa, é necessário um movimento de vai-e-vem com o ímã.



Para executar o movimento de vai-e-vem prende-se o ímã a uma biela e esta é presa a uma roda giratória conforme o esquema que se segue. Em volta do ímã é colocado um apoio para que ele possa deslizar no movimento.



Para acender a lâmpada é preciso girar a roda maior. Isso é feito colocando uma nova roda com pás ligada na roda maior.



Dessa forma girando-se a roda com pás a lâmpada acende, isto é, gera-se energia elétrica.
Em uma usina, o solenóide com ímã é o gerador (não é um movimento de vai-e-vem que ocorre, mas sim um movimento de rotação). A roda com pás presa a roda menor é a turbina. O processo pelo qual a roda com pás é posta a girar dará a classificação da usina.

- **Usina hidrelétrica**: a água precisa cair nas pás. É feita uma barragem que armazena água em forma de energia potencial gravitacional. A água, para escoar da barragem, transforma essa energia potencial em cinética na turbina que gira o gerador. Impacto ambiental: alagamento e elevação dos níveis dos rios.

- **Usina eólica**: o vento gira as pás. É preciso um lugar aberto para receber uma boa quantidade de vento. Costumam ser usados vários geradores e turbinas. Impacto ambiental: colisões com aves. O custo para produção ainda é alto.

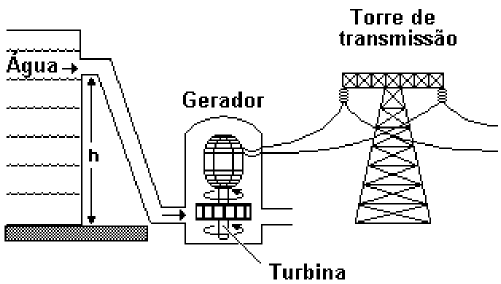
- **Usina termoelétrica**: o vapor a alta pressão faz girar as pás. Os combustíveis fósseis são queimados em uma caldeira que gera vapor. Esse vapor será usado para movimentar as turbinas. Impacto ambiental: Contribuem para o aquecimento global através do efeito estufa e da chuva ácida.

- **Usina nuclear**: o vapor a alta pressão faz girar as pás. O material radioativo produz calor para vaporizar a água. O vapor produzirá o movimento das pás. Impacto ambiental: lixo atômico.

Há ainda:
- **Usina solar** com captação da radiação através de células fotovoltaicas ou transformando diretamente a energia radiante em calor através de superfícies escuras.
- **Usina de biocombustível** com combustível de ordem biológica e não fóssil.
- **Usina maremotriz** com utilização dos movimentos das ondas do mar.
- **Usina Geotérmica** com utilização das fontes quentes de água do interior da Terra.

Exercício resolvido:

(Enem) Na figura a seguir está esquematizado um tipo de usina utilizada na geração de eletricidade.



Analisando o esquema, é possível identificar que se trata de uma usina:

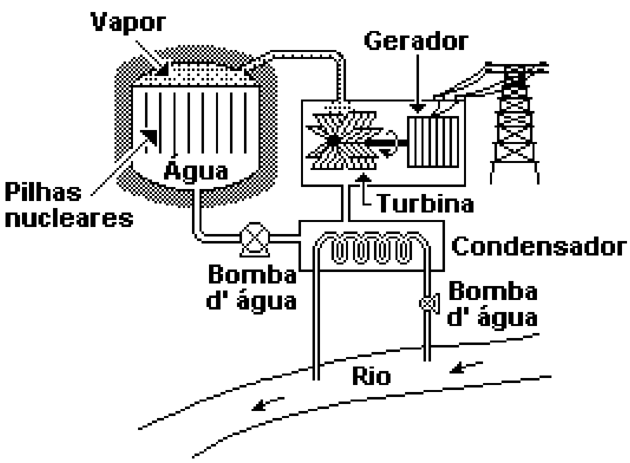
a) hidrelétrica, porque a água corrente baixa a temperatura da turbina.
b) hidrelétrica, porque a usina faz uso da energia cinética da água.
c) termoelétrica, porque no movimento das turbinas ocorre aquecimento.
d) eólica, porque a turbina é movida pelo movimento da água.
e) nuclear, porque a energia é obtida do núcleo das moléculas de água.

Solução: É fácil perceber que não há componente nuclear ou eólico. Tampouco há caldeira para queimar combustível. Assim a usina é hidrelétrica, pois a usina faz uso da energia cinética da água que antes estava acumulada em energia potencial na barragem.

Letra B

Exercício resolvido:

(Enem) A energia térmica liberada em processos de fissão nuclear pode ser utilizada na geração de vapor para produzir energia mecânica que, por sua vez, será convertida em energia elétrica. Abaixo está representado um esquema básico de uma usina de energia nuclear.



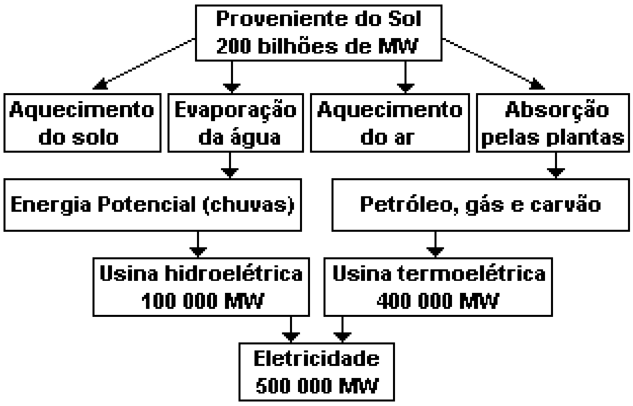
A partir do esquema são feitas as seguintes afirmações:

I. a energia liberada na reação é usada para ferver a água que, como vapor a alta pressão, aciona a turbina.
II. a turbina, que adquire uma energia cinética de rotação, é acoplada mecanicamente ao gerador para produção de energia elétrica.
III. a água depois de passar pela turbina é pré-aquecida no condensador e bombeada de volta ao reator.

Dentre as afirmações acima, somente está(ão) correta(s):
a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) II e III.
Solução:

As duas primeiras estão corretas e correspondem ao funcionamento da usina nuclear.
A terceira opção está errada, pois no condensador o vapor será resfriado (condensado) para retornar ao sistema e resfriar o reator.
Letra D

Exercício resolvido:



De acordo com este diagrama, uma das modalidades de produção de energia elétrica envolve combustíveis fósseis. A modalidade de produção, o combustível e a escala de tempo típica associada à formação desse combustível são, respectivamente,

a) hidroelétricas - chuvas - um dia
b) hidroelétricas - aquecimento do solo - um mês
c) termoelétricas - petróleo - 200 anos
d) termoelétricas - aquecimento do solo - um milhão de anos
e) termoelétricas - petróleo - 500 milhões de anos.

Solução:

A produção de energia elétrica pela termoelétrica é gerada pela queima dos combustíveis fósseis. Isso exclui as opções das hidrelétricas. A usina que usa aquecimento do solo é a geotérmica. As usinas termoelétricas podem usar petróleo que possui uma escala de centenas de milhões de anos (no caso 500 milhões) para sua produção.

Letra E

Gravitação

Estudar gravitação é tentar entender um pouco mais sobre o Universo que nos cerca. Desde que o Homem começou a pensar e a filosofar sobre a vida, começou também a pensar sobre o céu, Sol, Lua, Terra e astros.

No século VI a.C. os filósofos gregos construíram modelos para explicar a Terra e o Universo. Embora alguns modelos, como o de Anaximandro, em que o Sol era um buraco num anel com fogo em torno da Terra, não pareçam ter sentido nos dias de hoje, eles tiveram importância pela ajuda que deram ao desenvolvimento do pensamento científico.

O desenvolvimento da matemática permitiu calcular distâncias importantes na compreensão da astronomia. Após medir o tamanho da Terra em 276 a.C. Erastóstenes, usando métodos de projeção geométrica, conseguiu também medir o diâmetro da Lua através de eclipses e a distância da Terra à Lua. Aristarco e Anaxágoras conseguiram medir distância também para o Sol. Essas medidas ajudavam a pensar um modelo dinâmico para o Universo. Aristarco de Samos foi um dos primeiros filósofos respeitados a sugerir que a Terra orbitava em torno do Sol. Contudo a ideia de uma Terra estática era mais coerente com a época, o que ainda ajudava no sentido de que, se a Terra é o centro do Universo, todas as coisas sejam atraídas para ela. Essa foi uma ideia que precisou de aproximadamente 18 séculos para ser explicada, quando Sir Isaac Newton cria sua teoria da gravitação.

Dentre os pensadores, filósofos e cientistas que participaram da evolução dos conceitos de gravitação, devemos destacar alguns:

- Cláudio Ptolomeu (século II)

Para ele, a Terra estava no centro do Universo, pois sem isso todas as coisas iriam cair no espaço. Os planetas e o Sol giravam em órbitas circulares com a Terra no centro (Geocentrismo). Sua teoria, embora complexa, era bastante funcional e fazia previsões com bastante precisão. Seu modelo possuía uma dificuldade, pois os planetas Marte, Júpiter e Saturno possuem um movimento retrógrado vistos da Terra, isto é, eles vão e voltam no céu ao longo de suas órbitas em um movimento chamado de “laçada”. Para explicar isso Ptolomeu cria órbitas circulares dentro de órbitas circulares (são os chamados epiciclos). Embora complexo, o modelo Ptolomaico durou muitos anos especialmente por ser compatível com as ideias de Aristóteles, que eram bem aceitas pela Igreja, e por fazer previsões precisas de eventos celestes.

- Nicolau Copérnico (1473-1543)

É o primeiro a escrever que a Terra gira em torno do Sol. Produz um modelo em que o Sol está no centro do sistema solar (Heliocentrismo) e que os planetas giram em torno do Sol. Seu modelo também faz previsões como o de Ptolomeu, contudo não é perfeito. Para Copérnico as órbitas dos planetas são circunferências e o Sol está no centro. Morre no ano da publicação de seu livro sobre Heliocentrismo.

- Galileu Galilei (1564-1642)

Foi físico, matemático, astrônomo, filósofo e sua importância para a ciência é enorme; muitas vezes chamado de pai da ciência. Com o uso de um telescópio Galileu estudou a Lua e fez desenhos de suas crateras. Essa observação ficava contrária a ideia de Ptolomeu de esferas perfeitas. Galileu identificou luas em Júpiter, fato que o levou a pensar que, “se existe algum corpo celeste com satélites próprios, por que a Terra não poderia estar em órbita também?”

Estudou e cartografou as fases de Vênus e seus estudos e previsões eram coerentes com um modelo centrado no Sol. Escreve um livro ("Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo") para explorar as visões centradas no Sol e na Terra. A Inquisição acusa Galileu de heresia e ele é obrigado a negar suas ideias. É condenado a prisão domiciliar pelo resto de sua vida e seu livro acrescentado a lista de livros proibidos.

- Tycho Brahe (1546 – 1601)

Astrônomo de renome para a época conhecia as ideias de Copérnico, mas criou um modelo misto. A Terra era o centro do universo, o Sol girava em torno da Terra e os planetas giravam em torno do Sol. Passou a vida fazendo medidas astronômicas que foram de grande valia, após sua morte, para seu discípulo Johannes Kepler. Através dessas medidas (e de outras próprias) esse discípulo veio a se tornar uma das principais figuras para a gravitação.

- Johannes Kepler (1571 – 1630)

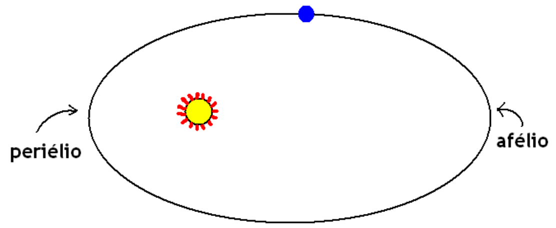
Matemático exemplar e astrônomo de fabulosa percepção, Kepler é responsável pela identificação e interpretação das três leis que regem os movimentos dos corpos celestes. Ao abandonar a órbita circular, consegue desvencilhar os desvios causados pelo modelo de Copérnico. Com as meticulosas observações e medidas de Tycho Brahe consegue perceber relação entre as áreas varridas pelos raios dos planetas e o tempo de suas passagens. Elabora ainda uma relação entre período de rotação e raio da órbita que será depois corroborada por Newton.

- Isaac Newton (1643- 1727)

A contribuição de Newton para a ciência também é vasta. No campo da gravitação consegue explicar como os corpos caem e assim endossar o modelo copernicano de heliocentrismo. Enuncia que a força de atração entre dois corpos depende do produto das massas e do inverso do quadrado da distância. Assim consegue explicar o movimento de um corpo em órbita e como colocá-lo em órbita.

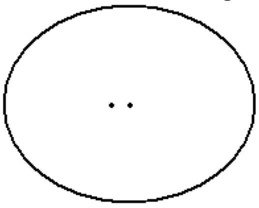
- **As Leis de Kepler**
    - **Lei das Órbitas**

Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol que ocupa um dos focos da elipse.



Periélio é o ponto de proximidade do Sol [Peri + Helio = posição em torno + Sol]
Afélio é o ponto mais afastado do Sol
Apo + Helio = *aphelium* - afastado + Sol]

Obs.: Na verdade as elipses são mais próximas com o tipo de desenho ilustrado abaixo. Os desenhos mais alongados são recursos didáticos

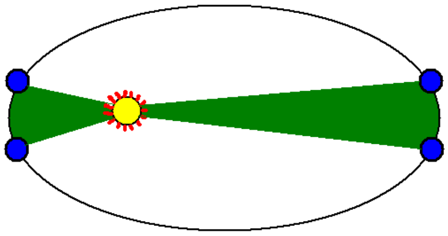


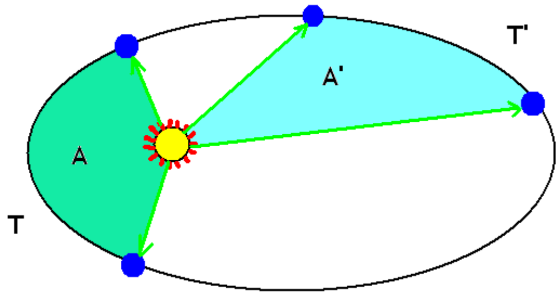
- **Lei das Áreas**

O raio médio vetor que liga o Sol ao planeta varre áreas iguais em iguais intervalos de tempo.
A velocidade areolar é uma constante. A velocidade areolar é a velocidade que se obtém dividindo-se a área pelo intervalo de tempo.

$$V_{AREOLAR} = \frac{A}{T} = \frac{A'}{T'}$$

A velocidade linear tangencial não é constante.
Considere um planeta que descreve um arco de mesmo comprimento conforme ilustra a figura a seguir.





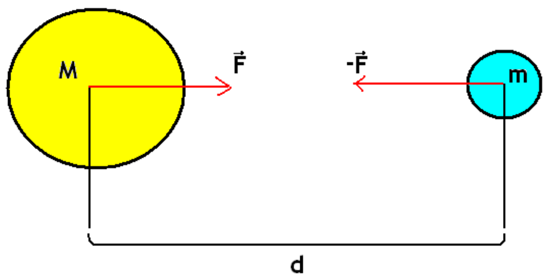
Pode-se perceber pelo desenho que a área do lado esquerdo (próximo ao Sol – periélio) é menor do que a área do lado direito (afastado do Sol – afélio).

$$V_{PERIELIO} > V_{AFELIO}$$

Pela Lei das Áreas o tempo é diretamente proporcional a área varrida pelo raio médio vetor.
Assim o planeta leva mais tempo no afélio do que no periélio. Logo a velocidade linear tangencial no afélio é menor do que no periélio. O planeta acelera quando se aproxima do Sol e desacelera quando se afasta do Sol.

- **Lei dos Períodos**

O quadrado do período (T) de revolução de um planeta em torno do Sol é diretamente proporcional ao cubo do raio médio (a) da órbita

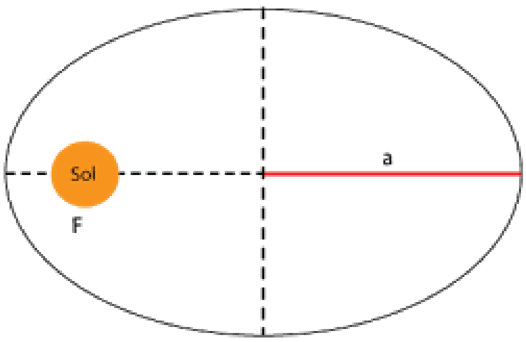


$$T^2 = ka^3$$
$$\frac{T^2}{a^3} = k = constante$$

- **Lei da Gravitação de Newton**

A força de atração gravitacional entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto das massas dos corpos e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

$$F = \frac{GMm}{d^2}$$

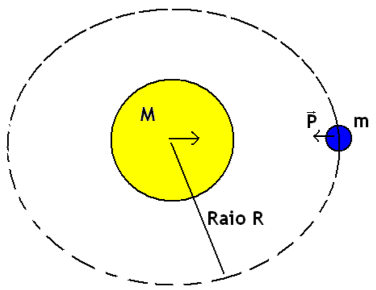


$$G = 6{,}67.10^{-11} Nm^2/kg^2$$

Algumas conclusões sobre as leis apresentadas

- Para órbitas praticamente circulares a força peso faz o papel de força centrípeta;

- A força peso é igual à força de atração gravitacional;



$$P = F$$

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}$$

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

A fórmula anterior permite calcular a aceleração local e qualquer planeta.

Obs.: Campo gravitacional no interior.

- A Lei dos períodos de Kepler pode ser deduzida a partir da Lei da Gravitação de Newton.

$$F = F_{Centripeta}$$

$$G\frac{Mm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

$$G\frac{M}{R} = v^2$$

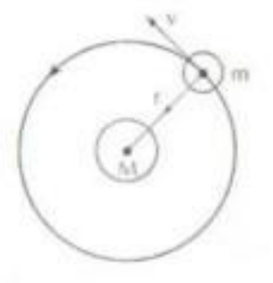
$$G\frac{M}{R} = \left(\frac{\Delta S}{\Delta t}\right)^2$$

$$G\frac{M}{R} = \left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 \therefore T^2GM = 4\pi^2R^3$$

$T^2 = KR^3$ **tal que** $K = \dfrac{4\pi^2}{GM}$

- **Velocidade orbital**

A velocidade orbital é a velocidade que o satélite deve possuir para conseguir órbita o planeta.



$$F = F_{Centripeta}$$
$$G\frac{Mm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$
$$G\frac{M}{R} = v^2$$
$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

- **Velocidade de escape**

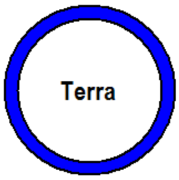
A velocidade de escape é mínima velocidade que o corpo deve possuir para conseguir escapar do campo gravitacional do planeta.

Para calcular a velocidade orbital é necessário conhecer a energia potencial gravitacional de um planeta. No infinito a energia potencial gravitacional é nula, então na superfície é considerada negativa. Assim, conservando a energia e supondo que no infinito a velocidade seja nula, tem-se que

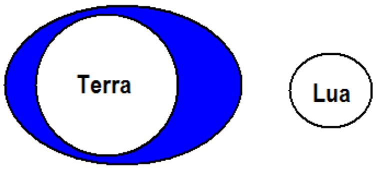
$$-\frac{GMm}{R} + \frac{mv^2}{2} = 0$$
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{R}$$
$$v^2 = \frac{2GM}{R}$$
$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

- **Marés**

As marés correspondem às elevações e rebaixamentos do nível dos mares devido à atração gravitacional entre a Terra e a Lua, entre a Terra e o Sol e da contribuição do efeito centrífugo de translação da Terra. A influência da Lua é mais significativa para o efeito das marés.
Suponha a Terra uma esfera perfeita com água ao seu redor.



Com a Lua provocando atração gravitacional os mares são “puxados”, como ilustra o diagrama seguinte, fora de escala (e muito exagerado).



A Lua leva cerca de 28 dias para completar uma volta em torno da Terra. Enquanto a Terra gira em 24h, a Lua pouco se move. Assim, uma pessoa na Terra passará por duas regiões de mar é alta e duas regiões de maré baixa em um dia. A cada 6h há uma mudança de maré.
Embora a contribuição do Sol para o efeito seja menor, na fase de lua nova o efeito das marés é mais sensível.

Exercício resolvido:
Considere que a Estação Espacial Internacional, de massa M, descreve uma órbita elíptica estável em torno da Terra, com um período de revolução T e raio médio R da órbita. Nesse movimento,
a) o período depende de sua massa.
b) a razão entre o cubo do seu período e o quadrado do raio médio da órbita é uma constante de movimento.
c) o módulo de sua velocidade é constante em sua órbita.
d) a energia mecânica total deve ser positiva.
e) a energia cinética é máxima no perigeu.

Solução:

- O período de órbita de um satélite depende da massa do planeta e não da massa do satélite.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_{PLANETA}} R$$

- A relação é ao contrario: quadrado do período é proporcional ao cubo do raio médio.
- A velocidade areolar é constante. A velocidade linear varia (em módulo, direção e sentido).
- A energia mecânica é a soma da cinética com a potencial, contudo a energia potencial pode ser negativa, assim dependerá do saldo entre as duas.
- Perigeu [peri + geo = posição em torno + Terra] é o ponto de proximidade da Terra) contrário à apogeu [apo + geo = afastado da Terra]. No ponto de órbita mais próximo a velocidade é maior, assim a energia cinética é máxima.

Letra E.

Exercício resolvido:

Um satélite A está a uma distância R do centro de massa de um planeta e seu período de rotação é de 1 mês. Um outro satélite B está a uma distância de 4R do centro de massa do mesmo planeta. O período de rotação do satélite B é:

a) 1 mês
b) 2 meses
c) 4 meses
d) 8 meses
e) 16 meses

Solução:

A relação entre o período e o raio é dada pela Lei dos Períodos de Kepler

$$\frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{R_A^3}{R_B^3}$$

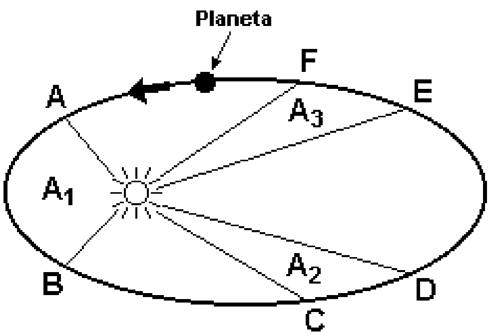
$$\frac{1^2}{T_B^2} = \frac{(R)^3}{(4R)^3}$$

$$T_B^2 = 64$$
$$T_B = 8 meses$$

letra D

Exercício resolvido:

A figura ilustra o movimento de um planeta em torno do sol.



Se os tempos gastos para o planeta se deslocar de A para B, de C para D e de E para F são iguais, então as áreas A_1 , A_2, e A_3 - apresentam a seguinte relação:

a) $A_1 = A_2 = A_3$
b) $A_1 < A_2 < A_3$
c) $A_1 > A_2 = A_3$
d) $A_1 > A_2 > A_3$

Solução:
Pela Lei das Áreas de Kepler um tempos iguais o raio médio vetor varre áreas iguais.

Letra A

Exercício resolvido:

Estima-se que o planeta Urano possua massa 14,4 vezes maior que a da Terra e que sua aceleração gravitacional na linha do equador seja 0,9 g, em que g é a aceleração gravitacional na linha do equador da Terra. Sendo RU e RT os raios nas linhas do equador de Urano e da Terra, respectivamente, e desprezando os efeitos da rotação dos planetas, RU / RT é

a) 1,25.
b) 2,5.
c) 4.
d) 9.
e) 16.

Solução:

A aceleração gravitacional de um planeta é dada por :

$g = \frac{GM}{R^2}$ e o enunciado diz que a aceleração da gravidade de Urano é 0,9 da aceleração da gravidade na Terra.

Assim

$$g_U = 0{,}9 g_T$$
$$\frac{GM_U}{R_U^2} = 0{,}9 \frac{GM_T}{R_T^2}$$

Mas a massa de Urano é 14,4 vezes a massa da Terra

$$\frac{M_U}{R_U^2} = 0{,}9\frac{M_T}{R_T^2}$$
$$\frac{14{,}4M_T}{R_U^2} = 0{,}9\frac{M_T}{R_T^2}$$
$$\frac{14{,}4}{R_U^2} = \frac{0{,}9}{R_T^2}$$
$$\frac{144}{R_U^2} = \frac{9}{R_T^2}$$

Fazendo a raiz quadrada dos dois lados

$$\frac{12}{R_U} = \frac{3}{R_T}$$
$$\frac{R_U}{R_T} = \frac{12}{3} = 4$$

Letra C

Exercício resolvido:
Suponha que a Terra se mova em torno do Sol em uma órbita circular de raio r = 1,5 x 10^{11} m. Considerando a constante da gravitação universal G = 6,8 x 10^{-11} Nm^2/kg^2 e um ano (período de revolução da Terra em torno do Sol) T = 3,0 × 10^7 s, assinale a alternativa que contém a ordem de grandeza da massa do Sol (em kg).

a) 10^{44}
b) 10^{33}
c) 10^{38}
d) 10^{30}
e) 10^{25}

Solução:
Através da Lei dos Períodos de Kepler e da Lei da Gravitação de Newton, a relação entre o período e a massa é dada por

$$T^2GM = 4\pi^2R^3$$

então

$$M = \frac{4\pi^2R^3}{T^2G}$$

Substituindo os valores do enunciado

$$M = \frac{4.(3{,}14)^2 (1{,}5.10^{11})^3}{(3.10^7)^2 .6{,}8.10^{-11}}$$

$$M \cong 2{,}2.10^{30} kg$$

Como 2,2 é menor do que 3,16 (Ordem de Grandeza), mantém-se o expoente

Letra D

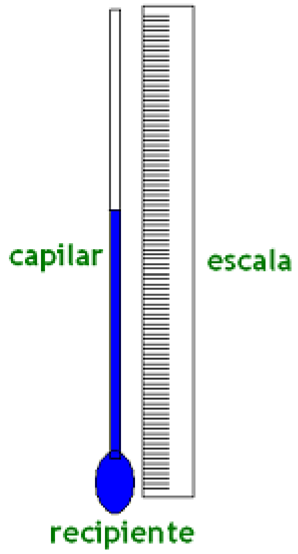
Termologia

- Calor: energia térmica em trânsito.
- Temperatura: número associado à vibração molecular

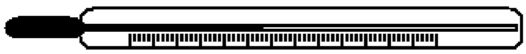
Dica: É importante diferenciar o calor da temperatura. Calor é uma forma de energia, enquanto a temperatura é uma maneira de medir o "quente" e o "frio".

- O fluxo de calor é da região de maior temperatura para a região de menor temperatura.
- Corpos a diferentes temperaturas buscam o equilíbrio térmico quando em contato.

O termômetro é o instrumento necessário para medir a temperatura. O termômetro mais comum é formado por um capilar com um líquido que se dilata quando aquecido.



Um termômetro clínico também possui um líquido (mercúrio) no interior do capilar, contudo ele possui um estrangulamento que impede que o mercúrio retorne a uma temperatura mais baixa após retirado.



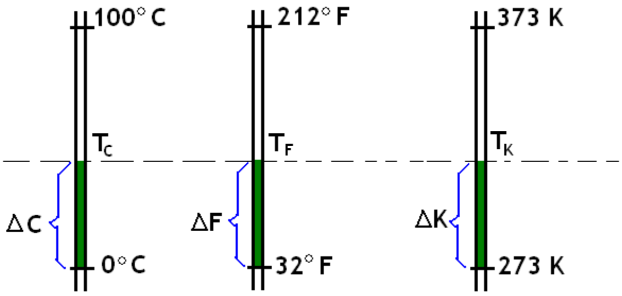
Há outros tipos de termômetros como os que usam resistores, gás, etc.

- **Escalas termométricas**

Para que uma escala termométrica possa ser comparada com outras é preciso conhecer valores da nova escala em comparação com outras. Geralmente usam-se os dois pontos:Ponto fixo de fusão do gelo

Ponto fixo de ebulição da água.
Há muitas escalas, contudo três são mais conhecidas. A escala Celsius, Fahrenheit e Kelvin.

Os pontos fixos são mostrados em seguida.



Para fazer a relação entre as escalas é preciso considerar a proporção existente. A variação que a coluna sofre é a mesma em qualquer escala, contudo os números serão diferentes,

$$\frac{\Delta C}{100-0} = \frac{\Delta F}{212-32} = \frac{\Delta K}{373-273}$$

$$\frac{\Delta C}{100} = \frac{\Delta F}{180} = \frac{\Delta K}{100}$$

$$\frac{\Delta C}{5} = \frac{\Delta F}{9} \qquad \Delta C = \Delta K$$

Dica: 1) Observe que a variação em Celsius é a mesma variação em Kelvin.
2) A escala Kelvin é conhecida como escala absoluta porque o zero Kelvin corresponde à menor temperatura possível. É o chamado *zero absoluto* (não existe Kelvin negativo). Chegar a essa temperatura representaria um estado em que as moléculas parariam de vibrar, o que é impossível de acontecer segunda a teoria quântica moderna. Contudo, alguns cientistas ao redor do mundo já conseguiram chegar perto do zero absoluto, dando luz a um novo estado de agregação da matéria, o condensado de Bose-Einstein. Mas isso foge um pouco do nosso escopo.

Resumo das relações entre as escalas

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

$$T_K = T_C + 273$$

Exercício resolvido:
Com um termômetro graduado em Kelvin um estudante observa uma variação de temperatura de 20 K. essa variação corresponde em Celsius e fahrenheit a:

a) 20º C e 36º F

b) 20º C e 72º F
c) 273º C e 36º F
d) 70º C e 48º F
e) 20º C e 36º F

Solução:

A variação em kelvin é a mesma em celsius (ambas as escalas são divididas em 100 partes).

Para a variação em fahrenheit basta usar a fórmula

$$\frac{\Delta C}{5} = \frac{\Delta F}{9}$$

$$\frac{20}{5} = \frac{\Delta F}{9}$$

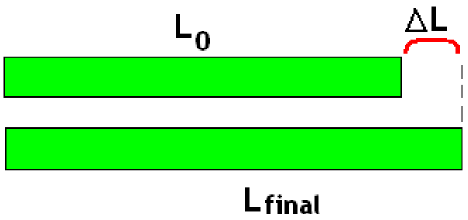
$$4 = \frac{\Delta F}{9}$$

$\Delta F = 36^{o}F$

Letra A

- **Dilatação**

É a variação na dimensão de um corpo e depende do(a):
•Tamanho inicial (L_0 , S_0 e V_0)
•Variação de temperatura ($\Delta\theta$)
•Coeficiente de dilatação (α, β e γ)



$$L_{FINAL} = L_0 + \Delta L \Rightarrow L_{FINAL} = L_0(1+\alpha\Delta\theta)$$
$$S_{FINAL} = S_0 + \Delta S \Rightarrow S_{FINAL} = S_0(1+\beta\Delta\theta)$$
$$V_{FINAL} = V_0 + \Delta V \Rightarrow V_{FINAL} = V_0(1+\gamma\Delta\theta)$$

LINEAR

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta\theta$$

SUPERFICIAL

$$\Delta S = \beta S_0 \Delta\theta$$

VOLUMÉTRICA

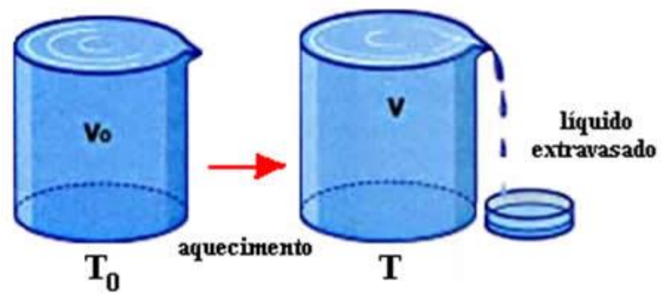
$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta\theta$$

Relação entre os coeficientes

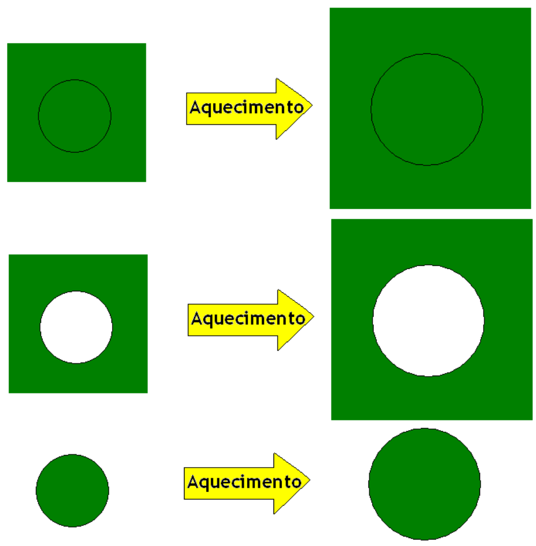
$\beta = 2\,\alpha$
$\gamma = 3\alpha$

Observações:

1) Unidade usual de α, β e γ => $^{o}C^{-1}$



2) Uma chapa com orifício dilata-se como preenchida.



Uma chapa inteira dilata-se por inteiro. Ao ser retirado um pedaço da chapa, este pedaço vai se dilatar. Então o espaço deixado pela retirada d pedaço vai aumentar como se fosse preenchido.

- **Dilatação volumétrica aparente**

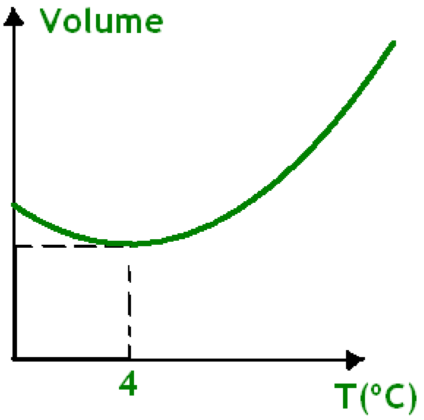
Um recipiente contendo um líquido, ao ser aquecido, vai provocar uma dilatação aparente , pois o recipiente também se dilata.

$$\Delta V_{real} = \Delta V_{ap} + \Delta V_{recip}$$
$$V_0\gamma_{real}\Delta\theta = V_0\gamma_{ap}\Delta\theta + V_0\gamma_{recip}\Delta\theta$$

$$\gamma_{real} = \gamma_{real} + \gamma_{real}$$

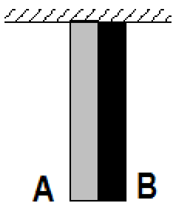
- **Dilatação anômala da água**

A água entre 0º C e 4º C dilata-se de maneira inversa, isto é, ao ser aquecida ela se contrai e ao ser resfriada ela se expande. Observe o gráfico de volume por temperatura.



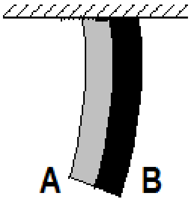
Dica: É importante saber usar as fórmulas, mas mais importante é entender o fenômeno e raciocinar com as causas e consequências da dilatação.

Exercício resolvido:
A figura a seguir representa uma lâmina bimetálica.



O coeficiente de dilatação linear do metal A é a metade do coeficiente de dilatação linear do metal B. À temperatura ambiente, a lâmina está na vertical. Se a temperatura for aumentada em 200 °C, a lâmina:
a) continuará na vertical.
b) curvará para a frente.
c) curvará para trás.
d) curvará para a direita.
e) curvará para a esquerda.

Solução: A dilatação linear depende de três fatores: comprimento inicial, variação de temperatura e coeficiente de dilatação. Para os metais do exercício, eles diferem apenas no coeficiente que para A é menor do que B. Assim se a lâmina for aquecida o metal B ficará maior do que A. A lâmina curvará para esquerda.



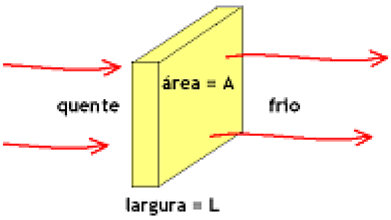
Letra E

- **Mecanismos de propagação de calor**

- Condução: mecanismo direto de propagação que se dá pela troca de calor de molécula com molécula.

Há uma relação para cálculo do fluxo de calor por uma superfície (Lei de Fourier de Condução do Calor).

$$\Phi = \frac{kA(T_Q - T_F)}{L}$$



T_Q e T_F correspondem às temperaturas nos lados quente e frio e k é um coeficiente de condutibilidade.

- Radiação ou Irradiação: transmissão de calor associada a ondas eletromagnéticas (Ex. infravermelho).
- Convecção: processo de transmissão de calor, nos líquidos ou nos gases, por efeito das camadas aquecidas que se chamam *correntes de convecção.* Não ocorre passagem de energia de um corpo para outro, mas movimento de partículas, levando consigo a energia de uma posição para outra. Portanto, a convecção não pode ocorrer no vácuo.

- **Quantidade de calor**

- Calor sensível: provoca variação de temperatura
- Calor latente: provoca mudança de estado.
- Unidade de quantidade de calor = caloria (1 cal = 4,18 J)

Quantidade de calor sensível = Q
Q = C$\Delta\theta$ = capacidade térmica (ou calorífica) da substância/corpo
Unidade (C) = cal/ºC (usual) no SI J/K
C= mc
m = massa (geralmente em gramas – no SI: kg)
c = calor específico da substância
Unidade (c) = cal/gºC

Assim Q = mc$\Delta\theta$

Obs.: Uma caloria é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1g de água de 1ºC no intervalo de 14,5ºC a 15,5ºC. Consequentemente define-se o calor específico da água como

c = 1 cal/gºC

Dica: É importante ressaltar que o calor específico da água é alto.
Entre outros:
-A Terra e o corpo humano possuem temperaturas estáveis, pois possuem muita água.
-A água é um ótimo material refrigerante, por exemplo, em motores.

Quantidade de calor latente (Q):
Q = mL
Onde L é o
Calor Latente (L)
Unidade (L) = cal/g [no SI J/kg]

Importante:
Durante a mudança de fase não ocorre variação de temperatura

Para a água:
Calor latente de fusão = 80 cal/g
Calor latente de vaporização = 540 cal/g

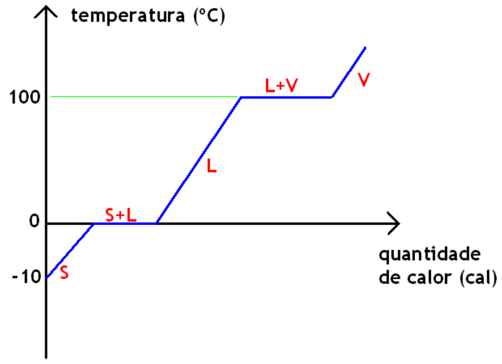


Gráfico da evolução do aquecimento de um bloco de gelo até vapor sob pressão constante de 1,0 atm

Exercício resolvido:
(Enem- adaptado) Se, por economia, abaixarmos o fogo sob uma panela de pressão logo que se inicia a saída de vapor pela válvula, de forma simplesmente a manter a fervura, o tempo de cozimento
a) será maior porque a panela "esfria".
b) será menor, pois diminui a perda de água.
c) será maior, pois a pressão diminui.
d) será maior, pois a evaporação diminui.
e) não será alterado, pois a temperatura não varia.

Solução:
Durante a mudança de fase, não há variação de temperatura.

Letra E

- **Potência**

É a energia por unidade de tempo

$$Pot = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$Pot = \frac{mc\Delta\theta}{\Delta t} \qquad Pot = \frac{mL}{\Delta t}$$

- **Princípio das trocas de calor**

Em um sistema a diferentes temperaturas há a busca pelo equilíbrio térmico. A ideia é que o que é quente vai esfriar e o que é frio vai esquentar. Nessa troca de energias, a energia não vai sumir. Se uma substância perdeu calor a outra vai receber calor de forma que, em módulo, sejam iguais essas quantidades. Ou a soma das trocas vai dar zero (quem esquenta é positivo e quem esfria é negativo)

$Q_{CEDIDO} + Q_{RECEBIDO} =$ zero
Ou $\sum Q$ = zero

Assim

$|Q_{CEDIDO}| = |Q_{RECEBIDO}|$

Ou $Q_1+Q_2+Q_3+...+Q_n=$zero

Exercício resolvido:

Qual a temperatura de equilíbrio entre uma bloco de alumínio de 200g à 20°C mergulhado em um litro de água à 80°C? Dados calor específico: água=1cal/g°C e alumínio = 0,219cal/g°C.

Solução:

$Q_{alumínio} + Q_{água} = 0$
$c_{Al}m_{Al}\Delta T_{Al} + c_{água}m_{água}\Delta T_{água} = 0$
$0{,}219 \times 200 \times (T_f - 20) + 1 \times 80 \times (T_f - 80) = 0$
$T_f = 58{,}77\ °C.$

Obs.: A temperatura de equilíbrio sempre deve estar entre as temperaturas dos corpos em questão. De fato, do exemplo acima, $20\ °C < 58{,}77\ °C > 80\ °C$.

- **Gases**

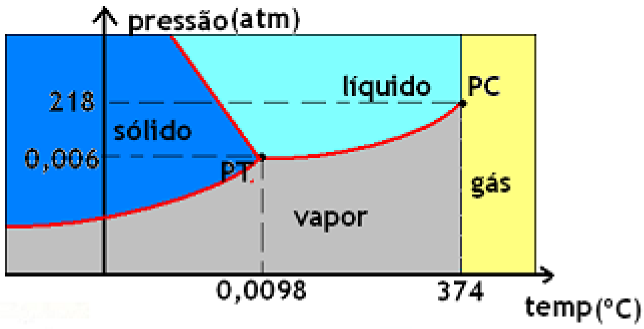
Um gás fica definido pelas três variáveis de estado:
-Pressão – unidade no SI: N/m^2= Pa (usual:atm)
-Volume – unidade no SI: m^3 (usual:L)
-Temperatura – unidade no SI: K

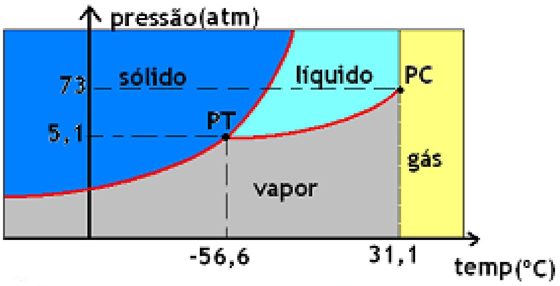
Conceitos básicos:
$1\ mol = 6{,}02.\,10^{23}$ partículas $= N_A$ (Número de Avogadro)
Massa Molar $(M) \rightarrow$ massa de $6{,}02.\,10^{23}$ partículas
Número de mols (n): $n = \frac{m}{M}$
Volume ocupado por um mol nas C.N.T.P. (1 atm, 273 K): 22,4 L

Obs.: $1\ mol \rightarrow 22{,}4L$
$2\ mols \rightarrow 2.22{,}4L$
$\vdots$
$n\ mols \rightarrow n.\,22{,}4L$

Obs.: para saber o estado físico de uma substância é preciso conhecer sua pressão e sua temperatura. Exemplo: a água a 30 °C está em que estado? Pensamos logo em líquido, pois é o seu estado quando a pressão é 1 atm. Mas se mudarmos a pressão poderemos ter água a 30 °C em outro estado. Observe o gráfico ao lado.

Observe também o gráfico do gás carbônico.





Há detalhes importantes nesses gráficos:
- no gráfico da água a curva sólido-líquido cresce para esquerda, isto é, ao aumentarmos a pressão sobre um bloco de gelo ele derrete (tal fato não ocorre com o gás carbônico, por exemplo). Essa curva para a água é diferentes da maioria das outras substâncias.

- Há um ponto triplo. Ponto em que a substância pode estar em qualquer estado físico.

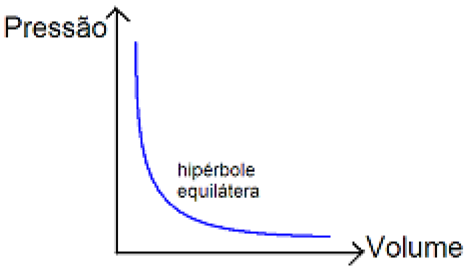
- Há uma temperatura crítica. É aquela em que a substância é gás e não muda de estado somente com variação de pressão.

Quando os gases estão confinados em recipiente providos de êmbolo, podemos modificar as condições de pressão, temperatura e volume. São as chamadas transformações gasosas.
As transformações são regidas por leis.

- **Lei de Boyle - Mariotte**

$$PV = \text{constante}$$

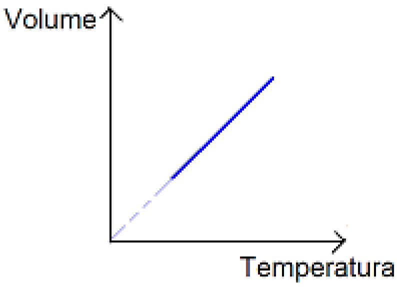
$(temperatura\ constante)$



$Transformação\ isotérmica$

- **Lei de Gay-Lussac**

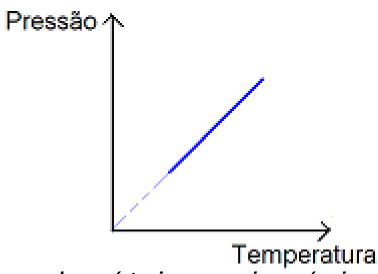
$$\frac{V}{T} = \text{constante}$$



$$Transformação\ isobárica$$
$$(pressão\ constante)$$

- **Lei de Charles**

$$\frac{P}{T} = \text{constante}$$



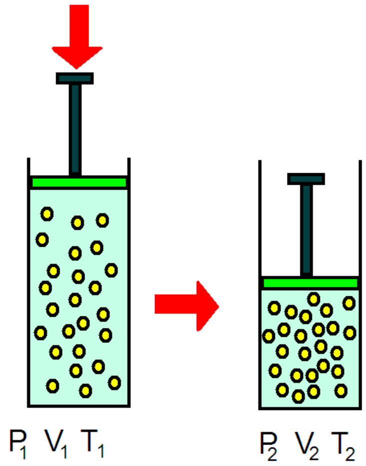
$$Transformação\ isométrica\ ou\ isovolumétrica\ ou\ isocórica\ (volume\ constante)$$

- **Transformação de um gás**

Considere um gás ideal confinado em um cilindro nas condições iniciais de pressão, volume e temperatura. O gás é comprimido atingindo uma situação final. O número de mols não mudou, logo:

$$n_1 = n_2$$
$$\frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{P_2V_2}{RT_2}$$

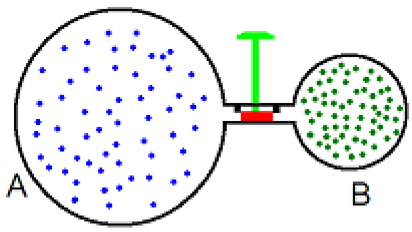
$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

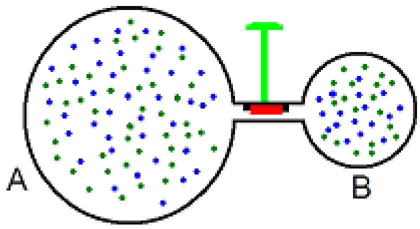


Lei Geral dos Gases Perfeitos

Obs.: **Balões com registro**

O balão A de volume V_A possui n_A mols e o balão B de volume V_B possui n_B mols de gás. A torneira é aberta. O número de mols final é n.



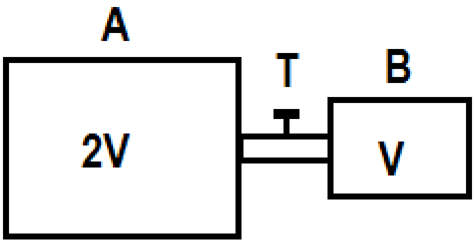


$$n = n_A + n_B$$

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B}$$

Exercício resolvido:

Certa massa de gás ideal está confinada em compartimentos ligados por uma torneira T. No compartimento A há um volume 2V do gás a uma pressão de 3 atm. No compartimento B de volume V há gás a uma pressão de 6 atm. Em certo instante a torneira é aberta e o gás se mistura pelos dois compartimentos.



Considere que durante todo o processo a temperatura não mude. A pressão final nos compartimentos é:

a) 2 atm
b) 3 atm
c) 4 atm
d) 5 atm
e) 6 atm

Solução:

Podemos usar a relação de soma dos mols.

$n = n_A + n_B$

$\frac{PV}{\cancel{T}} = \frac{P_A V_A}{\cancel{T_A}} + \frac{P_B V_B}{\cancel{T_B}}$

A temperatura é constante

$PV = P_A V_A + P_B V_B$

O volume final é a soma dos volumes.

P.3V = 3.2V + 6.V
3 P = 12

P = 4 atm

Letra C

- **Equação de Estado dos Gases Ideais (Equação de Clausius-Clapeyron)**

A equação de estado dos gases ideais relaciona as variáveis *pressão, volume* e *temperatura*, incluindo a massa m da substância gasosa como variável, durante uma transformação. Consideremos a transformação de uma massa m de gás, de um estado qualquer (P, V, T) para um estado definido pelas C.N.T.P. $(P_0 = 1\ atm, V_0 = n.22,4, T_0 = 273K)$.

Aplicando a equação geral dos gases perfeitos, temos que

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{1.n.22{,}4}{273} = n\frac{22{,}4}{273} = nR$$

Logo,

$$PV = nRT,$$

onde $R = 0{,}082\ atm.L/mol.K$ é a constante universal dos gases ideais.
No S.I., $R = 8{,}31\ J/mol.K$.

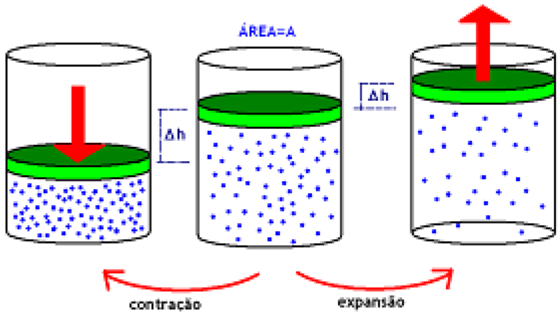
- **Termodinâmica**

Trabalho em uma transformação termodinâmica

Considere um gás confinado que pode sofrer uma expansão ou contração

$$W = F\Delta h$$
$$W = PA\Delta h$$
$$W = P\Delta V$$

Quando ocorre expansão, o trabalho é positivo (realizado *pelo* gás)
Quando ocorre contração o trabalho é negativo (realizado *sobre* o gás)



- **Primeira Lei da Termodinâmica**

$$\Delta U = Q - W$$

ΔU =variação da energia interna
Q = calor (fluxo espontâneo de energia provocado pela diferença de temperaturas)
W = trabalho (fluxo não-espontâneo de energia)

- **Variação de Energia Interna (ΔU)**

Para gases ideais monoatômicos

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

A variação de energia interna depende exclusivamente da temperatura.
Uma variação de temperatura positiva implica em uma variação de energia interna positiva (gás esquenta).
Uma variação de temperatura negativa implica em uma variação de energia interna negativa (gás esfria).

- **Quantidade de calor**

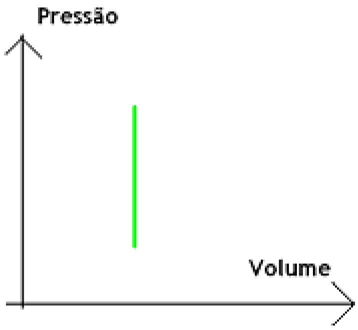
$$Q = mc\Delta\theta$$

Uma quantidade de calor positiva indica que o gás recebe calor.
Uma quantidade de calor negativa indica que o gás cede calor.

Obs.: Restringiremo-nos ao calor sensível, já que não trataremos de mudança de fase nos gases.

- **Primeira Lei da Termodinâmica e suas transformações**

- Transformação Isotérmica:
Na transformação isotérmica, não há variação de temperatura. Assim a quantidade de calor que entra no sistema é transformada em trabalho.



$T_{Início} = T_{Fim}$

$\Delta U = 0$.

Assim

$$\Delta U = Q - W$$
$$Q = W.$$

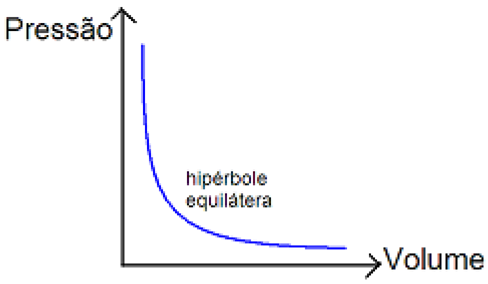
- **Transformação Isométrica (isovolumétrica ou isocórica)**

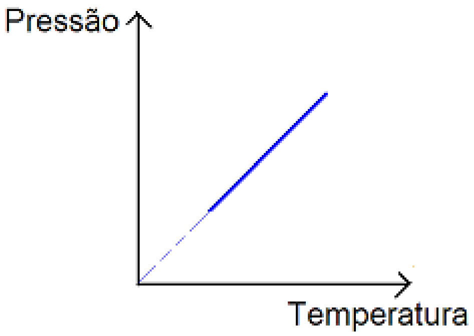
Não há variação de volume, logo não há realização de trabalho.

$$\Delta V = 0$$
$$W = 0,$$

então a variação de energia interna é igual à quantidade de calor que entra no sistema.

$$\Delta U = Q - W \therefore \Delta U = Q.$$





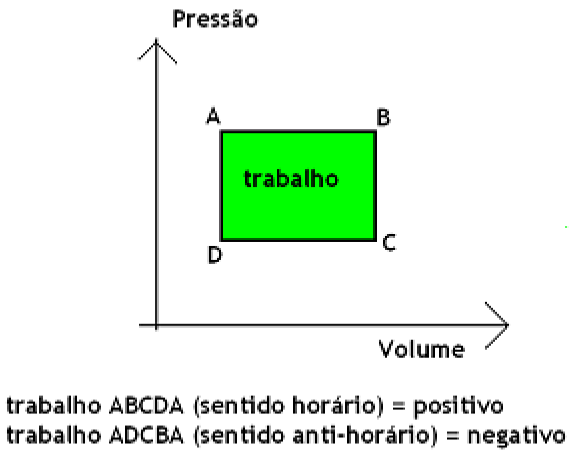
•Transformação Adiabática

Na transformação adiabática não há troca de calor do gás com o ambiente externo. Assim a quantidade de calor é nula.

$Q = 0$

Então

$$\Delta U = Q - W$$
$$\Delta U = -W$$



- **Transformação Cíclica**

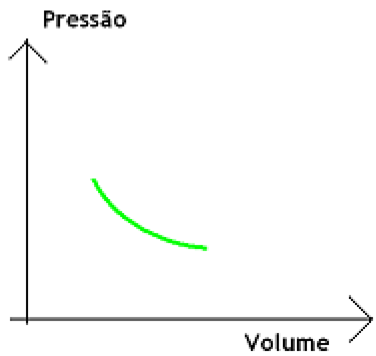
Na transformação cíclica a temperatura inicial é igual à temperatura final (contudo não é uma temperatura constante). Assim a variação da energia interna é nula.

$$T_{Início} = T_{Fim}$$

$$\Delta U = 0.$$

Assim a quantidade de calor que entra no sistema é transformada em trabalho.

$$\Delta U = Q - W$$
$$Q = W.$$

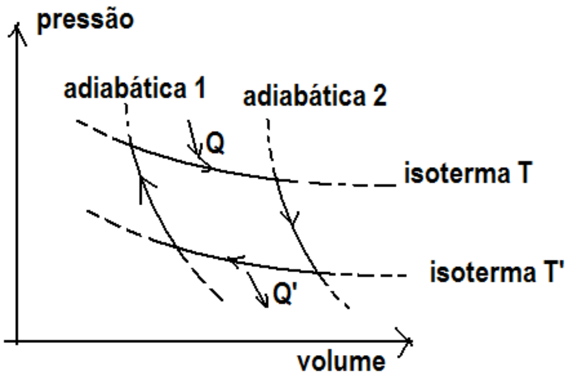


Máquinas térmicas são aparelhos usados para converter energia térmica em energia mecânica. Basicamente uma máquina térmica recebe calor de uma fonte quente (ex. vapor de água), realiza trabalho (ex. vapor gira uma roda com pás) e joga o restante não utilizado para uma fonte frio (ex. ambiente). É um princípio simples em que o trabalho é o saldo entre a energia que entra e a energia que sai.

Obs.: Vale fazer dois destaques:
- O Ciclo de Carnot é o ciclo que produz o maior rendimento para a máquina térmica. Corresponde a duas transformações adiabática e duas isotermas.

$$\text{rendimento para máquina de Carnot} = 1 - \frac{T'}{T}$$

- A 2ª Lei da Termodinâmica diz que é impossível construir uma máquina que transforme toda energia recebida em trabalho.



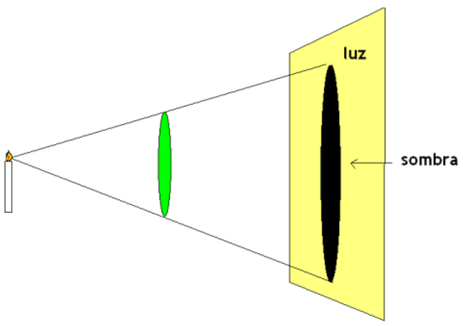
Óptica Geométrica

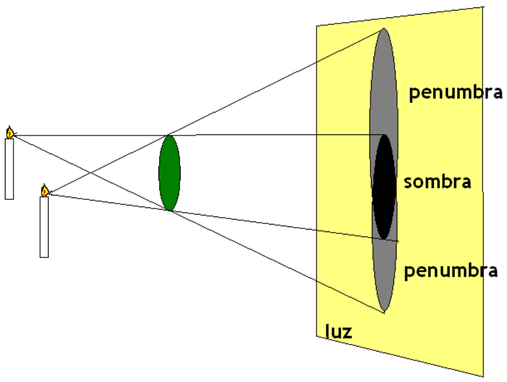
A óptica geométrica é fundamentada em três princípios básicos:
•Independência dos raios luminosos: um raio luminoso não depende do outro, não é influenciado pelo outro.
•Reversibilidade dos raios: o raio de luz é reversível, não há diferença entre ir e vir.
•Propagação retilínea da luz: a luz caminha em linha reta.

Obs.: As cores são resultados da reflexão nos objetos. A cor que é vista corresponde à luz não absorvida. A luz branca possui todas as cores. Assim se um objeto aparece vermelho sob luz branca quer dizer que ele absorve todas as cores exceto o vermelho. Se esse objeto for iluminado com luz amarela parecerá negro, pois o objeto só é capaz de refletir vermelho e na luz amarela não há vermelho. Nos exercícios que envolvem esse conceito é comum perguntar quais cores serão vistas na bandeira brasileira iluminada com certa cor. Por exemplo: se a bandeira brasileira for iluminada com cor azul, quais cores serão vistas? Como só há a chegada de luz azul, o que é azul ou branco ficará azul (o branco reflete todas as cores), enquanto que as outras cores (verde e amarelo) ficarão escuras, sem cor.

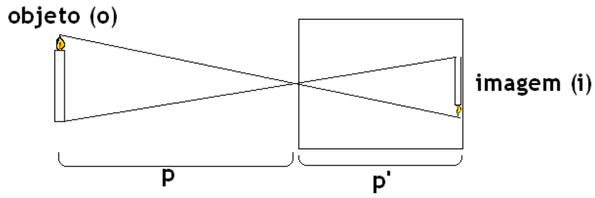
- **Consequências da propagação retilínea da luz**

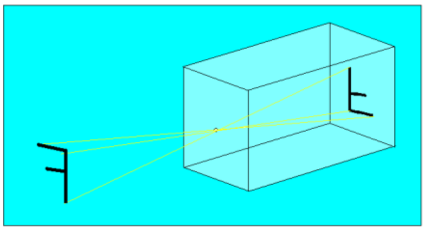
- **Sombra**: formada por fonte pontual (com definição na projeção)
- **Penumbra**: formada por duas fontes pontuais ou uma fonte extensa (região mais clara, pouca definição)





- **Câmara escura**: uma caixa fechada com apenas um pequeno buraco. A luz entra pelo buraco e forma imagem na face oposta.

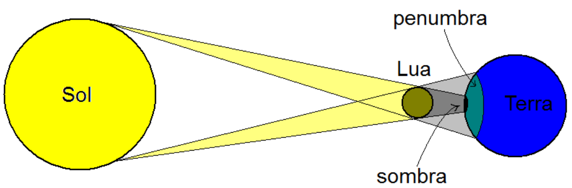




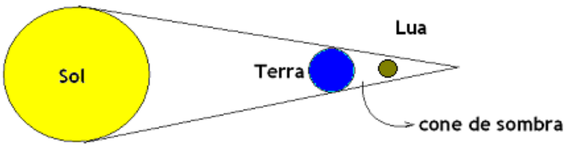
$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

i = dimensão da imagem
o = dimensão do objeto
p = distância do objeto até o orifício na câmara.
p' = distância da imagem até o orifício na câmara.

- **Eclipse do Sol** (ocorre na lua nova)

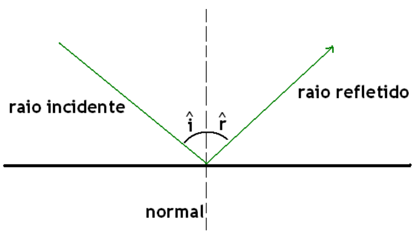


- **Eclipse do Lua** (ocorre na lua cheia)



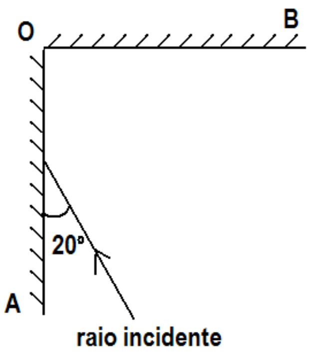
- **Fenômenos da Óptica Geométrica**

- Reflexão
Leis:
- O raio incidente, o raio refletido e a reta normal estão no mesmo plano:
- O ângulo de incidência (i) é igual ao ângulo de reflexão (r).



Exercício resolvido:

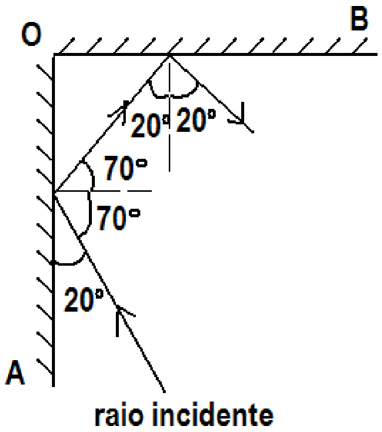
(Fuvest) A figura a seguir mostra uma vista superior de dois espelhos planos montados verticalmente, um perpendicular ao outro. Sobre o espelho OA incide um raio de luz horizontal, no plano do papel, mostrado na figura. Após reflexão nos dois espelhos, o raio emerge formando um ângulo θ com a normal ao espelho OB. O ângulo θ vale:



a) 0°
b) 10°
c) 20°
d) 30°
e) 40°

Solução:

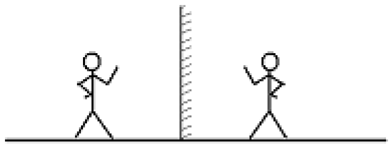
Pela Lei da Reflexão o ângulo de incidência é igual ao de reflexão. Assim o ângulo de incidência é de 70º e sua reflexão também. O raio segue para o espelho OB e agora o ângulo de incidência é de 20º (as normais formam 90º e a soma dos ângulos internos é 90º). O novo ângulo de reflexão é de 20º .

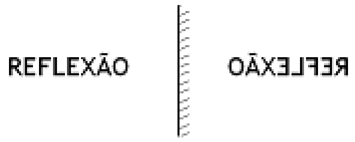


Letra C.

- **Espelhos Planos – Características**

- **Enantiomorfismo**: a imagem fica ao contrário

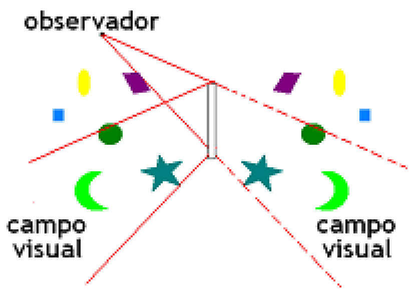




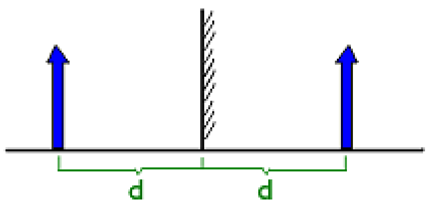
- **Campo visual**: é o espaço que o observador consegue enxergar através do espelho

Considere os objetos na frente do espelho

O observador conseguirá enxergar os que ficarem dentro do campo visual.



- Distância objeto espelho = distância imagem espelho

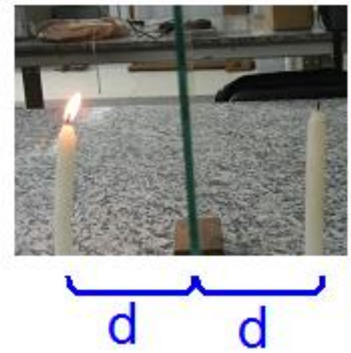


Uma maneira interessante de provar que a distância da imagem ao espelho é a mesma do objeto ao espelho é ilustrada a seguir.

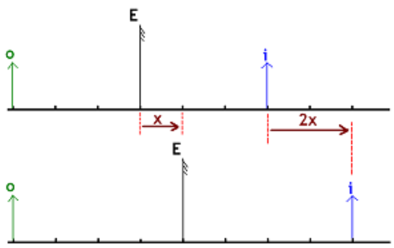
Coloque uma vela em frente a um vidro.

Observe que há o reflexo de uma vela no vidro. Coloque agora outra vela na imagem que você vê. Acenda a primeira vela. Observe que as duas parecem acesas.

Ao observar lateralmente é possível notar a igualdade das distâncias.

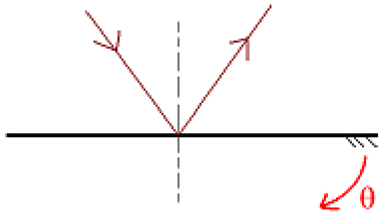


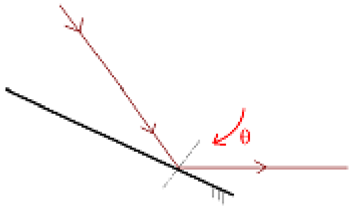
- **Translação**: espelho anda x, imagem anda 2x

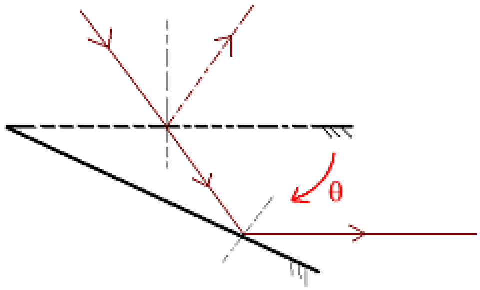


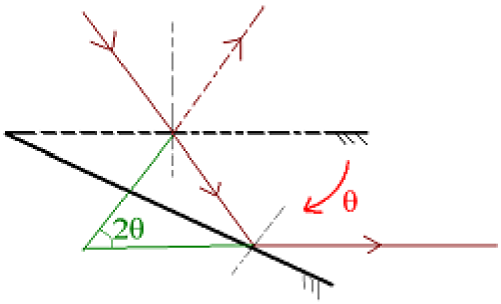
$V_{imagem} = 2\ V_{espelho}$

• Rotação: espelho gira θ, raio refletido gira 2θ



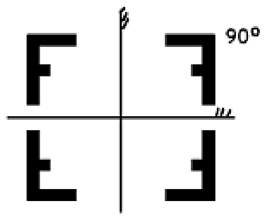


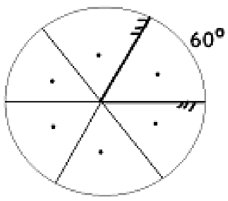




- Associação de espelhos planos: dois espelhos são colocados de modo a formar um ângulo α. O número N de imagens formadas é dado por:

$$N = \frac{360}{\alpha} - 1$$





- **Refração**

- O fenômeno da refração é caracterizado pela mudança na velocidade de propagação da onda.
- Para a óptica geométrica o índice de refração (absoluto) é a razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio.

$$n = \frac{c}{v}$$

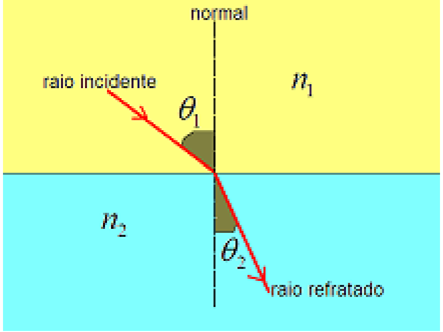
Índice de refração relativo

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{v_B}{v_A}$$

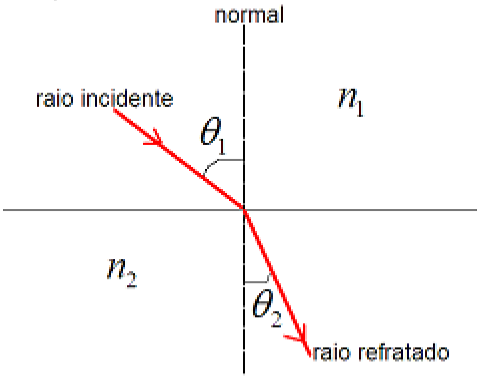
- **Leis da refração**

- O raio incidente, o raio refratado e a reta normal estão no mesmo plano.
- Lei de Snell

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$



Dica: É importante reconhecer através do desenho, qual o meio onde a luz é mais rápida e qual é mais lenta. É possível reconhecer pelo ângulo. O maior ângulo significa maior velocidade e conseqüentemente menor índice de refração.



No esquema anterior o meio incidente (1) possui maior ângulo, logo é o meio onde a velocidade da luz é maior.

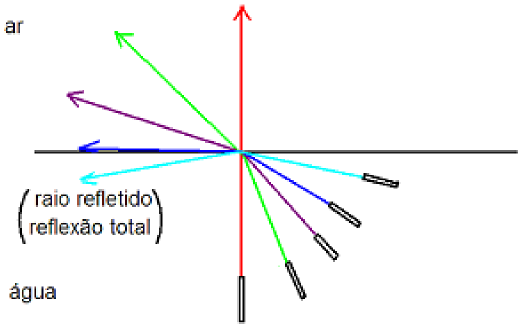
- **Reflexão total**

Ao passar de um meio de menor velocidade para um meio de maior velocidade pode ocorrer reflexão total.
[No caso da luz costuma-se dizer que a reflexão total ocorre do meio de maior refringência para o meio de menor refringência].

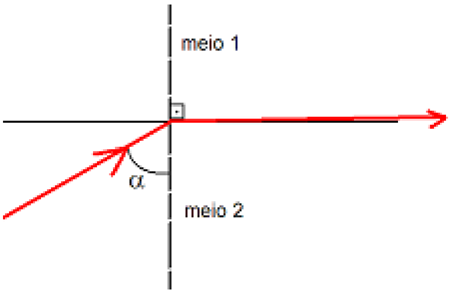
Exemplo: Interface ar-água

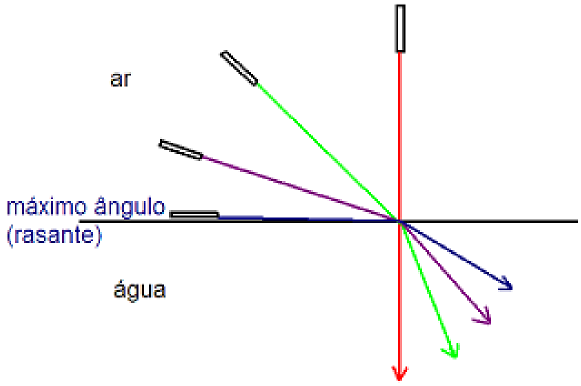
Incidência do ar para a água. Todos os raios luminosos conseguem atravessar.

O raio luminoso que incide da água para o ar pode sofrer reflexão total como na figura a seguir. Observe que a medida que o ângulo de incidência aumenta, o raio refratado se afasta mais da normal e após o último raio rasante, o raio incidente não sofre mais refração e começa a voltar para a água.



Ângulo limite: É o ângulo no meio de menor velocidade que permite a saída rasante do raio no meio de maior velocidade.





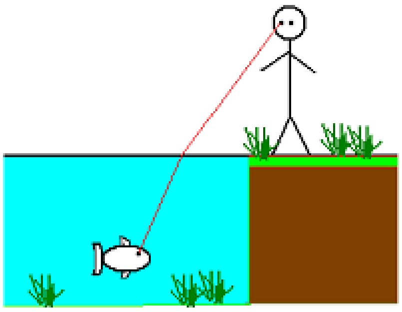
$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$$
$$n_1 \operatorname{sen} 90 = n_2 \operatorname{sen}\alpha_{LIM}$$
$$n_1 = n_2 \operatorname{sen}\alpha_{LIM}$$
$$\operatorname{sen}\alpha_{LIM} = \frac{n_1}{n_2}$$
$$\operatorname{sen}\alpha_{LIM} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

costuma-se usar

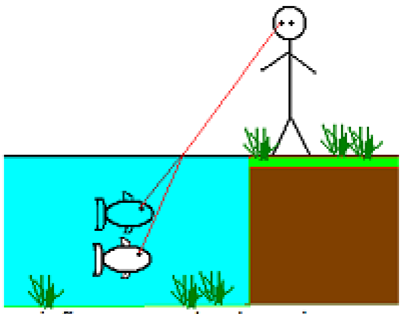
$$\operatorname{sen}\alpha_{LIM} = \frac{n_{MENOR}}{n_{MAIOR}}$$

- **Dioptro plano**

Uma pessoa observa um peixe dentro de um lago de águas calmas.

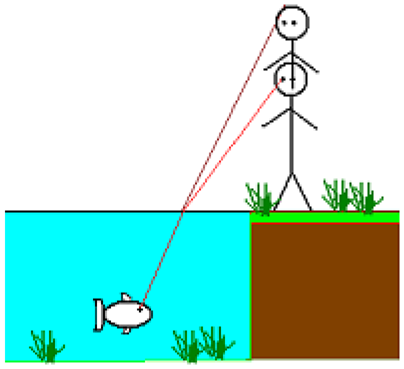


O peixe aparece em uma posição aparentemente mais rasa, isto é mais próximo da superfície.



posição aparente do peixe para a pessoa

De modo semelhante o peixe vê a pessoa em uma posição superior.



posição aparente da pessoa para o peixe

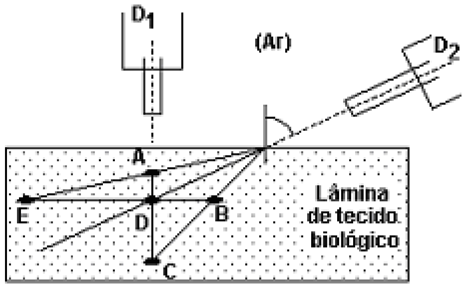
Para calcular essa posição aparente usamos a relação a seguir:

$$\frac{\text{índice do meio onde está o objeto}}{\text{índice do meio onde está o observador}} = \frac{\text{posição aparente do objeto}}{\text{posição aparente do objeto}}$$

$$\frac{n}{n'} = \frac{x}{x'}$$

Exercício resolvido:

Dois sistemas óticos, D_1 e D_2 , são utilizados para analisar uma lâmina de tecido biológico a partir de direções diferentes. Em uma análise, a luz fluorescente, emitida por um indicador incorporado a uma pequena estrutura, presente no tecido, é captada, simultaneamente, pelos dois sistemas, ao longo das direções tracejadas. Levando-se em conta o desvio da luz pela refração, dentre as posições indicadas, aquela que poderia corresponder à localização real dessa estrutura no tecido é:

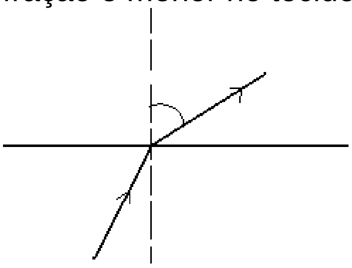


Suponha que o tecido biológico seja transparente à luz e tenha índice de refração uniforme, semelhante ao da água.

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

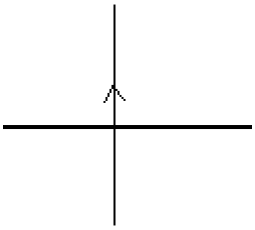
Solução:

Como o índice de refração do tecido é semelhante ao da água, isto significa que o ângulo de refração é menor no tecido do que no ar.

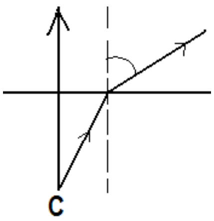


Assim apenas os pontos B ou C atendem a questão (o raio que passa por D não sofre desvio e o raio que passa em A e E possuem ângulos de refração maiores do que no ar).

Como o raio também é captado pelo sistema D_1, significa que o raio também emerge perpendicular.



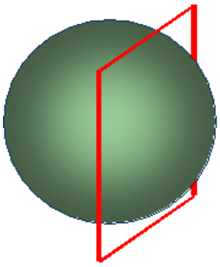
Assim o único ponto que pertence aos dois é o ponto C.

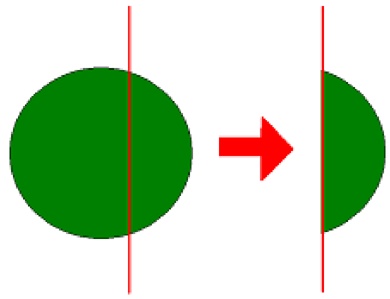


Letra C

- **Espelhos Esféricos**

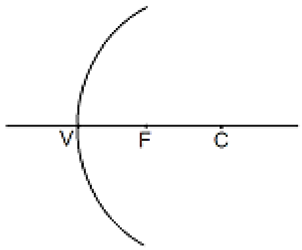
São calotas esféricas polidas.
Pense em uma esfera polida por dentro e por fora. Faça agora um corte transversal.





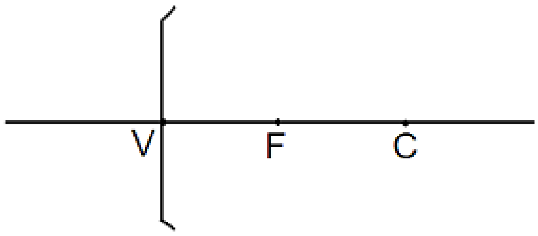
Essa calota esférica será o espelho esférico. Sua parte externa é chamada convexa e sua parte interna é côncava.

- **Representação e características**



V = vértice
F = foco FC = FV
C = centro de curvatura
Raio da curvatura = 2F

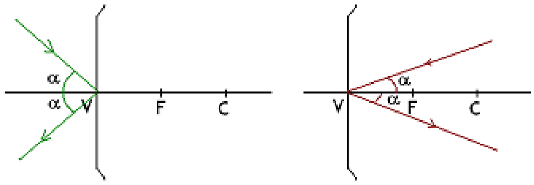
Obs.: Para facilitar os desenhos o espelho esférico é representado por uma linha reta dobrada nas extremidades.



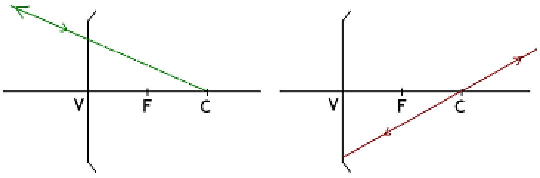
Dessa forma o desenho obedece às Condições de Gauss (e os espelhos esféricos estudados, quase sempre, obedecem às condições de Gauss).
- **Pouca esfericidade;**
- **Raios luminosos próximos ao eixo principal.**

Para poder fazer os desenhos e representar as imagens corretamente usamos os raios principais que incidem nos espelhos esféricos:

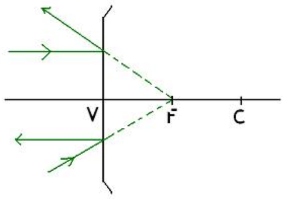
* O raio luminoso que incide no vértice possui ângulo de incidência igual ao de reflexão.

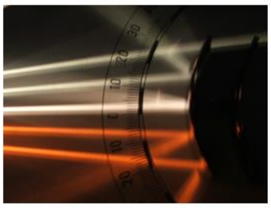


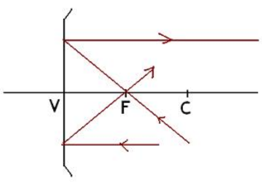
* O raio luminoso que passando pelo centro de curvatura é refletido pelo centro de curvatura.

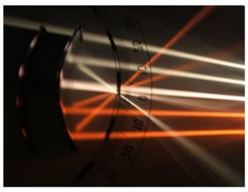


* O raio luminoso que incide paralelamente ao eixo principal é refletido pelo foco (vice-versa = reversibilidade).



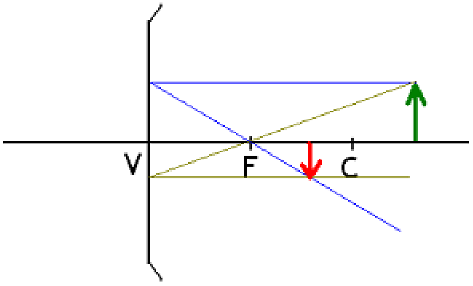


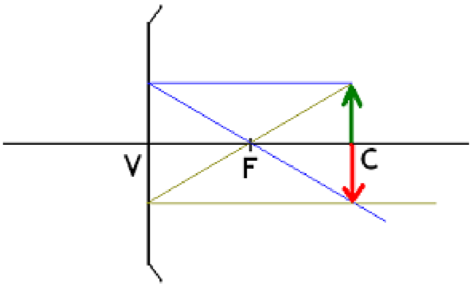


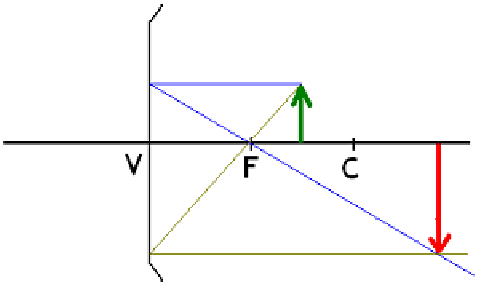


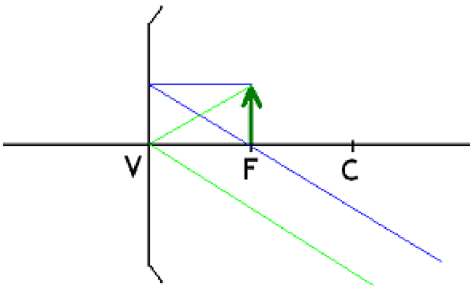
- **Formação de imagens**

Côncavo – objeto na parte interna da concavidade (real). A imagem é invertida e real. O tamanho da imagem depende da posição do objeto. Observe que à medida que o objeto se aproxima do espelho a imagem se afasta do espelho ficando maior.

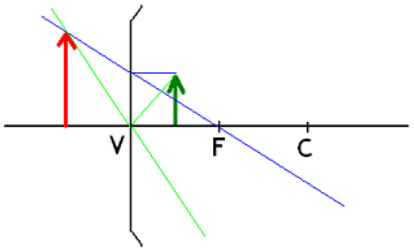




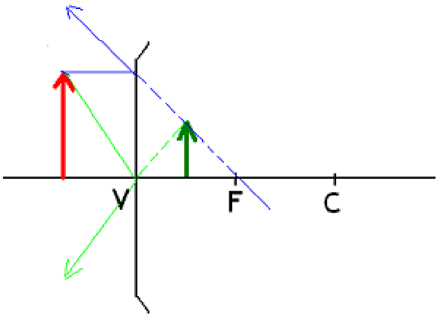




Côncavo – objeto na parte interna da concavidade (real), mas colocado entre o foco e o vértice. A imagem se forma na parte de trás do espelho. É chamada virtual, direita e sempre é maior do que o objeto.



Convexo – objeto na parte externa da concavidade (agora chamada de real). A imagem se forma na parte interna do espelho entre o foco e o vértice. É chamada virtual, direita e sempre é menor do que o objeto.



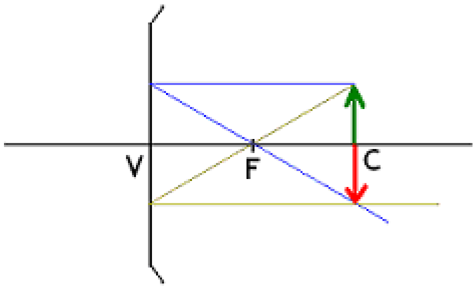
Exercício resolvido:

Um objeto real se encontra sobre o eixo principal de um espelho côncavo, de distância focal 20cm, e a 40cm do vértice do espelho. Sendo obedecidas as condições de Gauss, sua imagem é:
a) real e direta.
b) real e invertida.
c) virtual e direta.
d) virtual e invertida.
e) imprópria, localizada no infinito.

Solução:

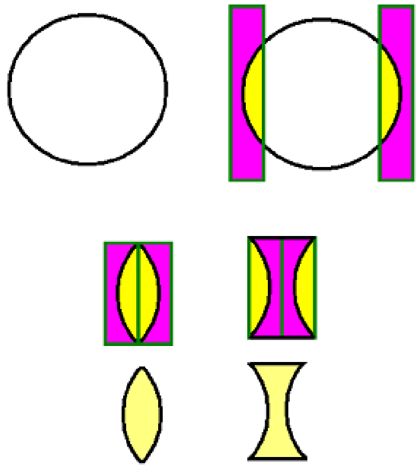
O objeto está no centro de curvatura do espelho, pois o foco vale 20 cm e o objeto está a 40 cm.

A imagem é real (está do mesmo lado do objeto), invertida (em relação ao objeto) e possui a mesma dimensão (pela simetria dos raios traçados).
Letra B

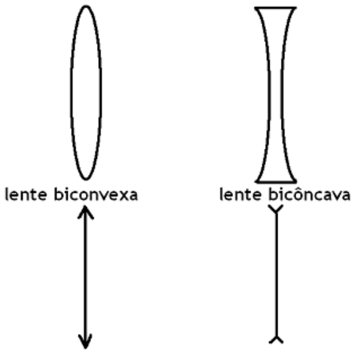


- **Lentes**

São formadas por calotas transparentes com um índice de refração diferente do meio onde estão inseridas.

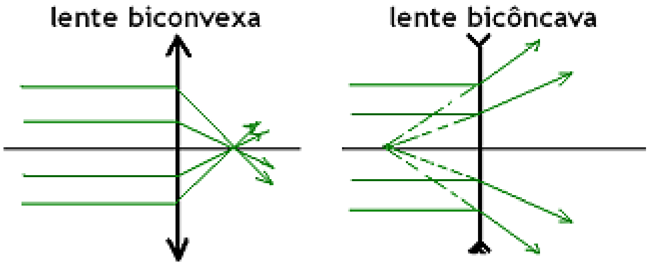


Representação



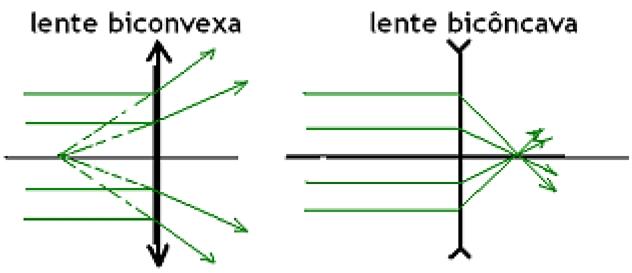
- Comportamento: o comportamento de uma lente (divergente ou convergente) está relacionado com o índice de refração do meio e da lente, além do formato da lente,

Caso mais comum. Exemplo: lente de vidro imersa no ar.
Índice de refração da lente é maior do que o do meio:
Lente biconvexa: comportamento convergente
Lente bicôncava: comportamento divergente



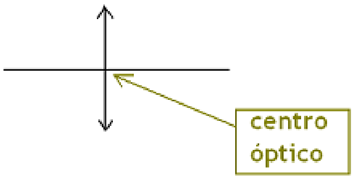
Caso incomum: lente oca com ar imersa na água.

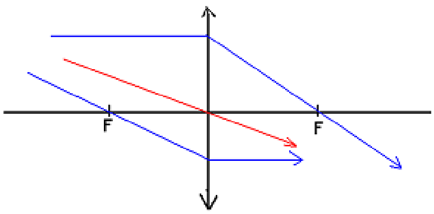
Índice de refração da lente é menor do que o do meio:
Lente biconvexa: comportamento divergente
Lente bicôncava: comportamento convergente

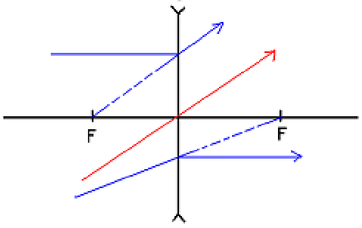


- **Raios principais nas lentes**

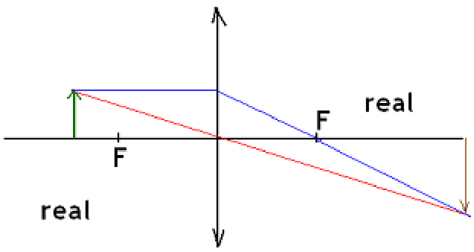
- O raio luminoso que incide paralelamente ao eixo principal é refratado pelo foco (vice versa).
- O raio luminoso que incide no centro óptico não muda de trajetória.



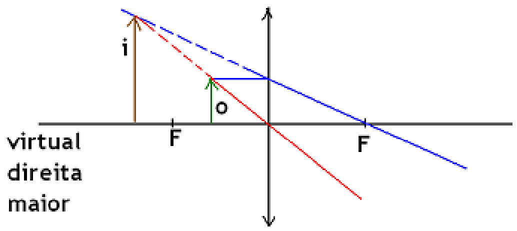




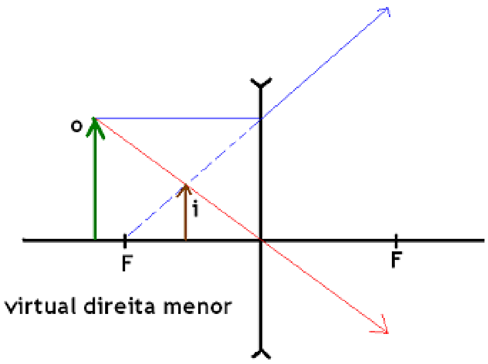
As lentes convergentes formam imagens com iguais classificações que os espelhos côncavos.



Quando o objeto encontra-se entre o foco e a lente a imagem é virtual, direita e maior.



As lentes divergentes formam imagens com iguais classificações que os espelhos convexos.



A imagem formada na lente divergente é virtual, direita e menor.

Dica: para lembrar a classificação da lente divergente (e também do espelho esférico convexo), lembre-se do olho mágico da porta. É uma lente DE VER GENTE (divergente) e sua imagem é menor (a pessoa parece pequena), direita (a pessoa aparece de pé) e a imagem direita é virtual.

Para resolver exercícios com contas é preciso conhecer a convenção de sinais.

- Distância focal = f
- Distância entre o objeto e a lente = p
- Distância entre a imagem e a lente = p'
- Tamanho do objeto = o
- Tamanho da imagem = i
- Aumento linear transversal = A

	+	-
f	Espelho côncavo Lente convergente	Espelho convexo Lente divergente
p e p'	Real	Virtual
o e i	Direita	Invertida

- Equação dos Pontos Conjugados de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

- Equação do Aumento Linear Transversal

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Exercício resolvido:

(Unifesp) Considere as situações seguintes.

I. Você vê a imagem ampliada do seu rosto, conjugada por um espelho esférico.
II. Um motorista vê a imagem reduzida de um carro atrás do seu, conjugada pelo espelho retrovisor direito.
III. Uma aluna projeta, por meio de uma lente, a imagem do lustre do teto da sala de aula sobre o tampo da sua carteira.

A respeito dessas imagens, em relação aos dispositivos ópticos referidos, pode-se afirmar que
a) as três são virtuais.
b) I e II são virtuais; III é real.
c) I é virtual; II e III são reais.
d) I é real; II e III são virtuais.
e) as três são reais.

Solução:

I – A imagem ampliada aparece no espelho côncavo, podendo ser invertida (real) ou direita (virtual). Para olhar o rosto presume-se que a pessoa quer vê-lo direito e não invertido. Assim a imagem é virtual e direita.
II – O espelho do lado direito é convexo. A imagem do espelho convexo é menor, direita e virtual. É uma imagem que amplia o campo visual.
III – toda imagem projetável é real. As imagens virtuais não se projetam.

Letra B

Ondas

Qualquer pessoa que já viu uma onda do mar tem uma noção intuitiva de onda. Contudo, uma onda do mar tem muitas variáveis e acaba confundindo um pouco alguns estudantes. Pense em uma onda como uma perturbação que se propaga. Por exemplo: uma fileira de dominós que é derrubada. Os dominós vão caindo e você vai acompanhando o movimento. Mas qual movimento? Os dominós não andam. Apenas caem uns sobre os outros. Mas essa queda é contínua. Essa queda se propaga. Assim como pessoas num estádio que se levantam e sentam em ordem (formam a *ola*), tem-se a impressão de que algo se movimenta, contudo é a perturbação (levantar e sentar) que se propaga.
Então ondas:

- São perturbações que se propagam.
- Transportam energia.
- Não transportam matéria (a matéria recebe energia e se movimenta).

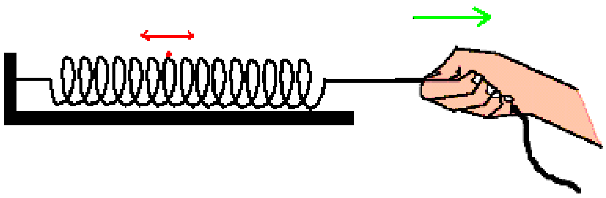
Classificação – Quanto à natureza:

- Mecânica: necessita de um meio para se propagar. Ex: ondas sonoras (som)

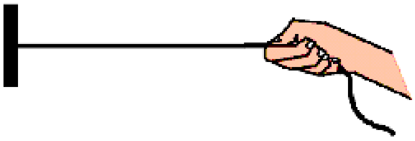
- Eletromagnética: não necessita de um meio para se propagar. Ex: radiação eletromagnética (luz)

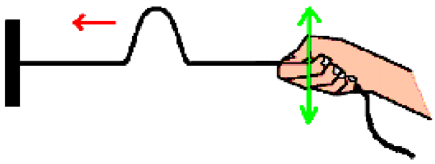
Classificação – Quanto à forma de propagação:

- Longitudinal: as partículas do meio vibram na direção da propagação.
  Ex: Som



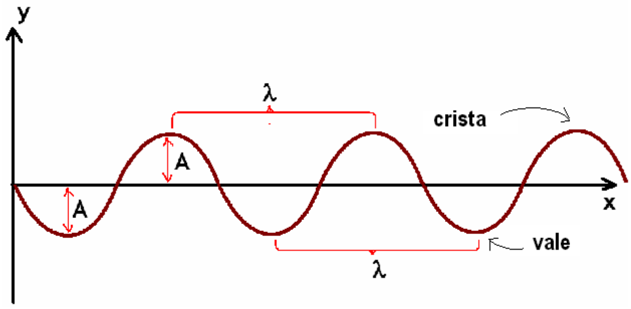
- Transversal: as partículas do meio vibram com direção perpendicular à de propagação.
  Ex: Luz





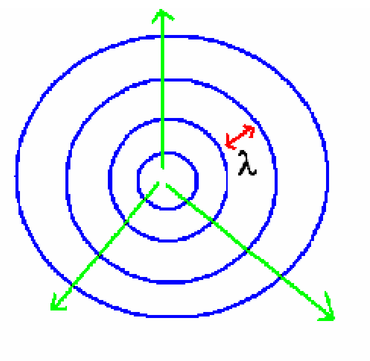
- **Ondas Periódicas - Características**

É preciso reconhecer algumas características das ondas.
O ponto mais alto é chamado de crista e o ponto mais baixo é chamado de vale.
A distância do eixo central até o ponto mais alto ou até o mais baixo é chamado de amplitude.

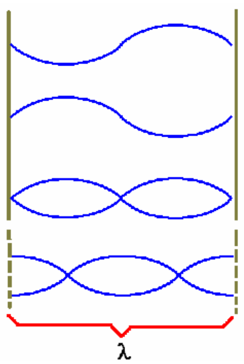


A = amplitude
λ = comprimento de onda (distância entre duas cristas ou entre dois vales)

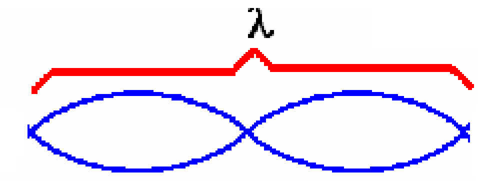
Muitos exercícios sobre ondas envolvem apenas o uso da equação de velocidade. É muito importante saber reconhecer o comprimento de onda. Para uma onda como a anterior, onde os vales e cristas podem ser medidos com facilidade, não há problema em identificar o comprimento de onda.
Agora imagine uma pedra lançada em um lago. As ondas que se formam têm a aparência de círculos concêntricos. As linhas das circunferências correspondem às cristas. Então o comprimento de onda é encontrado como na figura a seguir.



Outra forma de identificar o comprimento de onda é encontrar uma das figuras a seguir.

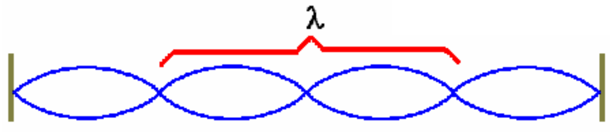


Dica: para não esquecer como é o comprimento de onda lembre-se do desenho a seguir:



Associe a figura a alguma coisa que possa lembrar: uma máscara, o símbolo de infinito, dois quibes, duas bolas de futebol americano, um par de olhos ou qualquer coisa que lembre a figura.

Observe que mesmo que apareçam várias dessas figuras, o comprimento de onda possui apenas aquele desenho.



Na figura anterior há dois comprimentos de onda.

- **Grandezas envolvidas no estudo das ondas**

Definições:
- Período(T): tempo necessário para completar uma oscilação. Unidade (T) = s

- Frequência (f): número de oscilações em um período definido. Unidade (f) = s^{-1} = RPS = Hz

- Velocidade (v) = razão entre o comprimento de onda e o período da onda.

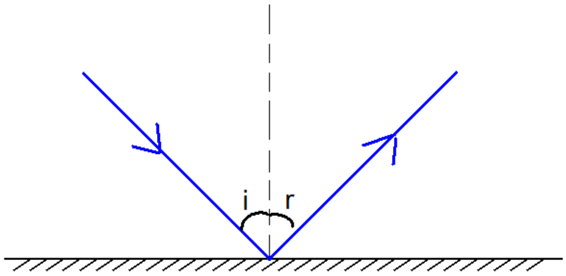
$$T = \frac{1}{f} \quad v = \frac{\lambda}{T} \quad v = \lambda f$$

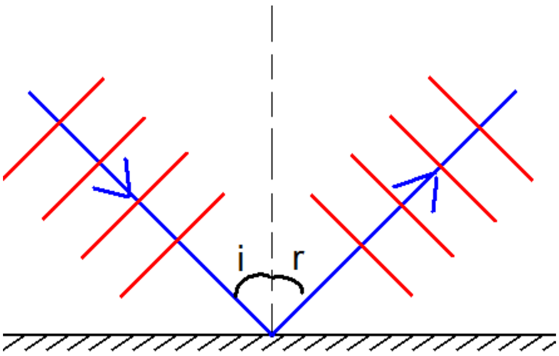
- **Fenômenos Ondulatórios**

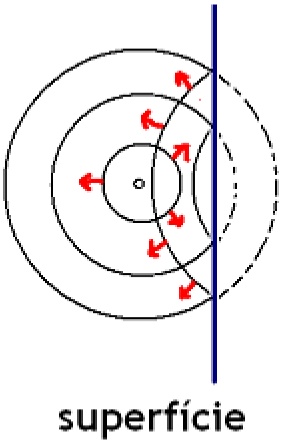
- **Reflexão**

A reflexão ondulatória é a mesma da reflexão da óptica geométrica. Há apenas uma análise diferenciada para alguns casos.

Ângulo de incidência = ângulo de reflexão.

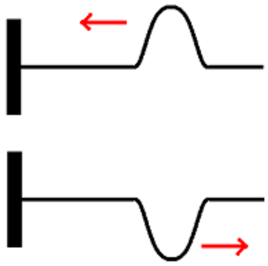






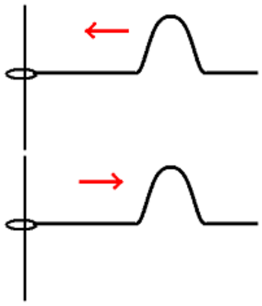
Na reflexão pode ocorrer apenas mudança de direção. As outras grandezas se mantêm.

Reflexão em cordas. Pode ocorrer com uma corda fixa a uma parede ou livre para oscilar. Ao produzir um pulso na corda, os pontos vibram para cima e para baixo. Desse modo o pulso tenta levantar e abaixar a corda. Quando o pulso alcança a extremidade podemos ter duas situações:
Na corda fixa há a inversão de fase, pois a parede oferece resistência ao pulso que se propaga e tenta "levantar" a parede. A parede exerce uma força contrária (ação e reação) e o pulso volta invertido.



corda fixa

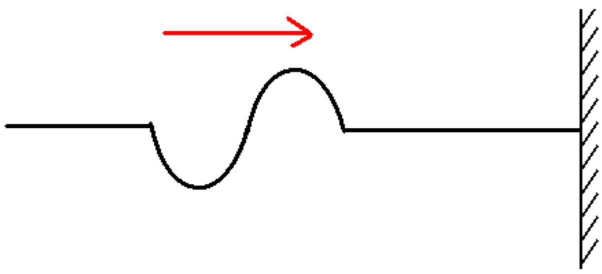
Na corda livre não há inversão de fase, o pulso retorna do mesmo modo, pois a parte livre não oferece resistência.



corda livre

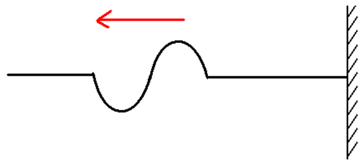
Exercício resolvido:

Uma onda se propaga em uma corda fixa para a direita conforme ilustra a figura a seguir.

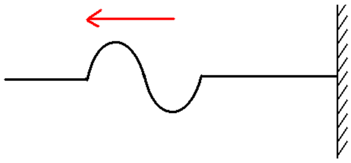


Assinale a opção que representa a onda após ter se refletido por completo na parede.

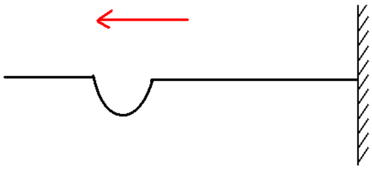
a)



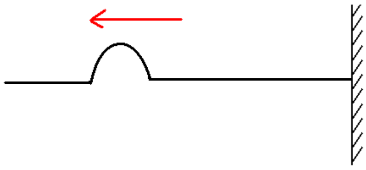
b)



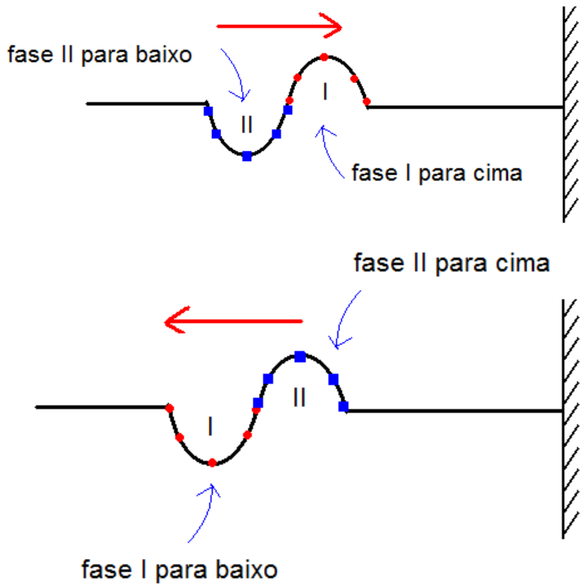
c)



d)



Como a corda é fixa na parede, ocorre a inversão de fase.
Há aqui uma "pegadinha". É costume o aluno achar que a inversão do desenho já faz a inversão de fase. E assim fica querendo marcar a opção B. Contudo a inversão de fase ocorre na ordem da reflexão, isto é, a primeira fase da onda (para cima) é a primeira a retornar para baixo (deve estar do lado esquerdo da onda). A segunda fase da onda (para baixo) vai retornar depois (para cima).



Letra A

Obs.: A reflexão sonora ocorre como qualquer onda. Contudo, o ouvido humano só reconhece sons distintos quando há um intervalo superior a 0,1 segundo entre esses sons. Quando o som emitido retorna ao emissor em um intervalo praticamente nulo é chamado reforço. Quando retorna em um intervalo entre 0 e 0,1 s é a chamada reverberação. Quando retorna após 0,1 essa reflexão é chamada de eco.

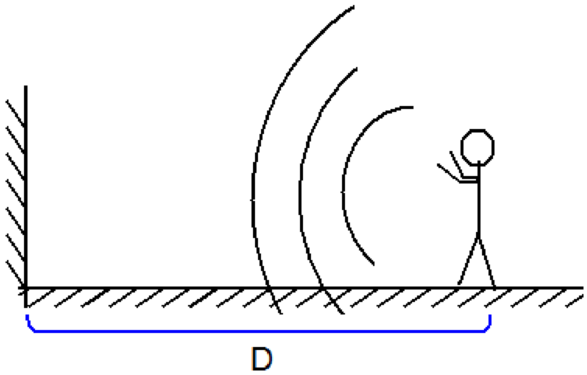
Exercício resolvido:

Uma pessoa emite um som em frente a um anteparo. Após um intervalo de 0,1 s o som retorna ao emissor. Considere a velocidade do som no ar como 340 m/s. A distância entre a pessoa e o anteparo é:

a) 1,7 m
b) 3,4 m
c) 17 m
d) 34 m
e) 170 m

Solução:

A pessoa emite o som que bate no anteparo e volta.



Assim o som percorre uma distância horizontal 2D. Podemos usar a fórmula da velocidade:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$340 = \frac{2D}{0,1}$$

2D = 34

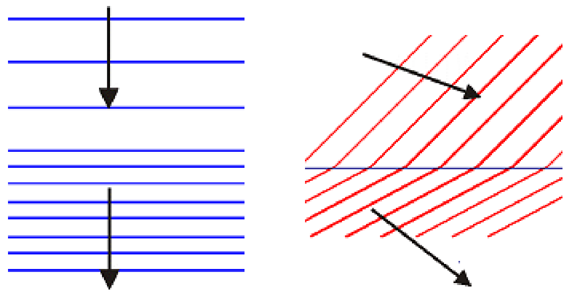
D = 17 m

Letra C

- **Refração**

Refração é o fenômeno caracterizado pela mudança na velocidade da onda. Possui a mesma estrutura da refração da óptica geométrica, com mais alguns detalhes.
- Não há variação de frequencia ou período para uma onda que sofre refração. O comprimento de onda é que varia de forma diretamente proporcional à velocidade.
- Não é preciso mudança de direção ou de meio para que ocorra refração. É preciso que ocorram mudanças nas características do meio para que a velocidade modifique. Por exemplo, para uma onda do mar, basta mudar a profundidade que teremos mudança de velocidade, para uma onda sonora a velocidade no ar quente é diferente do ar frio.

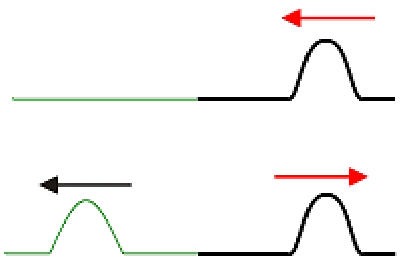
Refração em superfície



O desenho anterior ilustra ondas do mar vistas de cima que atingem um banco de areia (redução de velocidade).

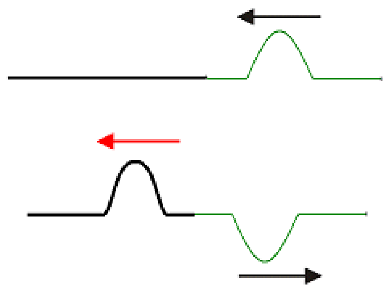
- **Refração em cordas**

A mudança de velocidade de uma onda em uma corda ocorre quando há cordas de densidades lineares diferentes.
Observe um pulso que se propaga de uma corda grossa para uma corda fina.



Na corda fina o pulso refratado terá maior velocidade e maior comprimento de onda. Observe que há também o surgimento de um pulso refletido que retorna na mesma fase (a corda fina não oferece resistência, funciona como reflexão de corda livre).

Observe um pulso que se propaga de uma corda fina para uma corda grossa.



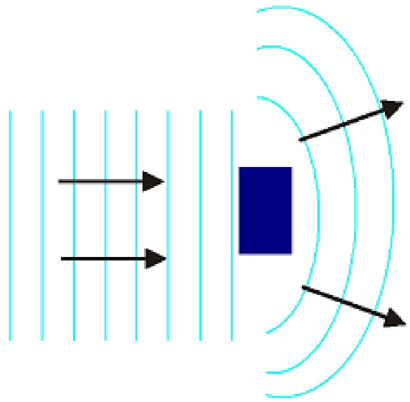
Na corda fina o pulso refratado terá menor velocidade e menor comprimento de onda. Observe que há também o surgimento de um pulso refletido que retorna na fase oposta (a corda grossa oferece resistência, funciona como reflexão de corda fixa).

A Lei de Snell também é valida, sendo seu uso através da relação de velocidade mais comum. Na óptica seu uso comum é com o índice de refração

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2}$$

- **Difração**

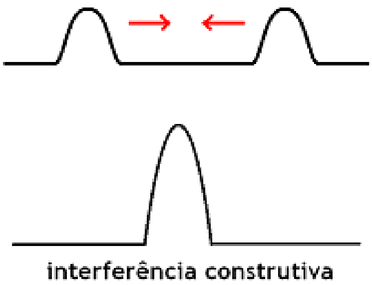
A onda contorna um obstáculo (ou abertura). Só ocorre quando o comprimento de onda tem dimensões próximas do obstáculo (ou abertura).



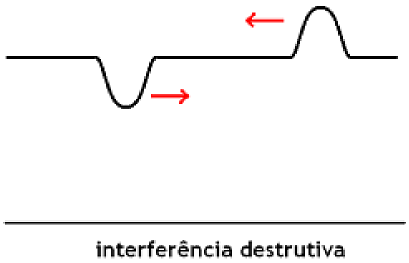
- **Interferência**

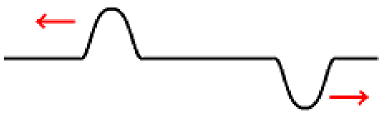
A interferência é o resultado da superposição entre ondas. Pode provocar um aumento na amplitude (interferência construtiva) ou diminuição na amplitude (interferência destrutiva).

- Interferência em cordas:
Fases iguais: as amplitudes se somam.



Fases opostas: as amplitudes se subtraem

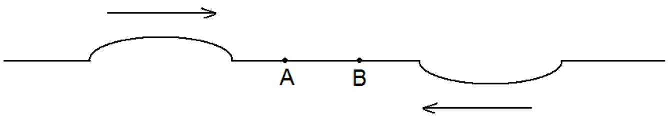




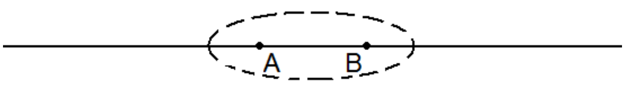
Exercício resolvido:

(UFRJ – adaptado)

A figura mostra dois pulsos idênticos em comprimento e amplitude e com fases distintas que se propagam em uma corda.



Após certo instante, ocorre a total superposição dos pulsos.



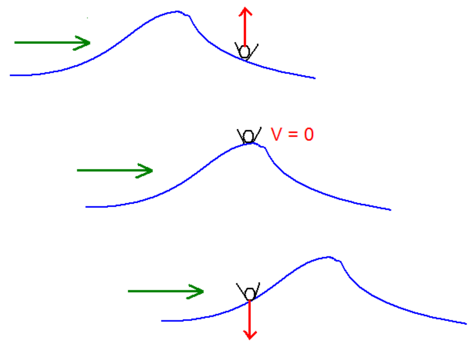
Podemos afirmar que:

a) as velocidades dos pontos A e B da corda são nulas.
b) a velocidade do ponto B da corda é vertical para baixo.

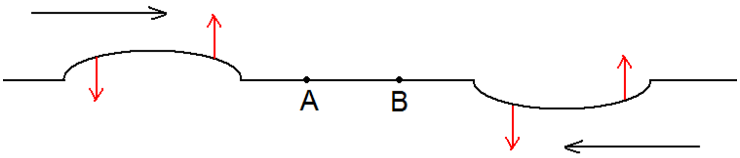
c) a velocidade do ponto A da corda é nula.
d) a velocidade do ponto B da corda é nula.
e) a velocidade do ponto A da corda é vertical para baixo.

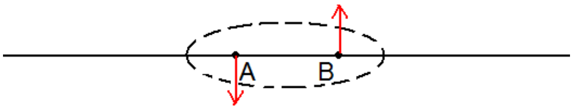
Solução:

Para entender a solução pense em uma onda da praia. Quando ela se aproxima de você, seu movimento é de subida. Após passar do ponto mais alto (velocidade nula no instante), começa a descida.



Assim acontece com os pontos da corda, observe:



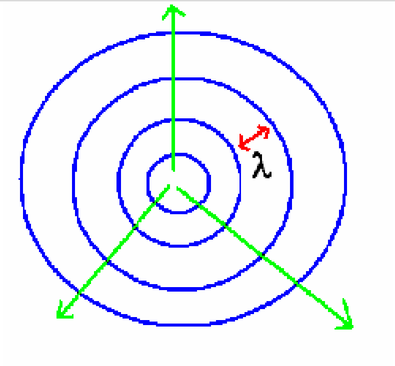


Logo a velocidade do ponto A é vertical para baixo e a do ponto B é vertical para cima. O único ponto de velocidade nula momentânea seria o ponto médio do pulso.

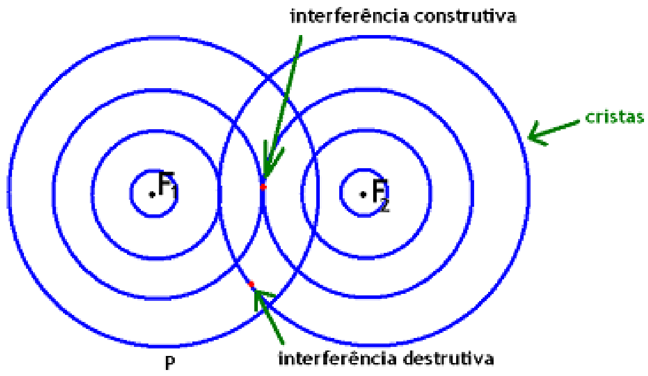
Letra E

- **Interferência em superfície**

Imagine uma fonte vibrando na superfície de um lago. Serão produzidas ondas circulares representadas por suas cristas no desenho a seguir.



Agora imagine duas fontes (F_1 e F_2) produzindo ondas iguais.



Os pontos indicados representam interferências construtivas e destrutivas.
A fórmula que identifica a interferência é:

$$|PF_1 - PF_2| = n\frac{\lambda}{2}$$

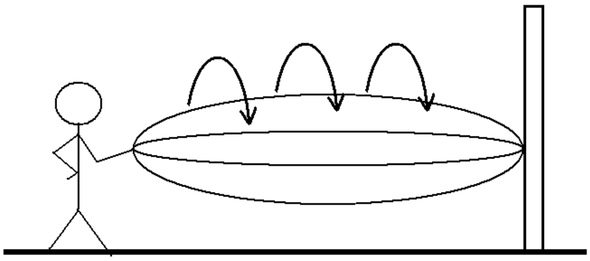
onde o PF_1 é a distância do ponto até a fonte F_1 e PF_2 é a distância do ponto até a fonte F_2. O valor n é um número inteiro (1, 2, 3...) e λ é o comprimento de onda. Para saber a interferência no ponto deve-se descobrir se o n é par ou ímpar. Fontes em fase são fontes ligadas simultaneamente e em oposição de fase há um atraso entre elas, geralmente o exercício diz se estão ou não em fase.

	Fontes em fase	Fontes em oposição de fase
N par	Int. Construtiva	Int. Destrutiva
N ímpar	Int. Destrutiva	Int. Construtiva

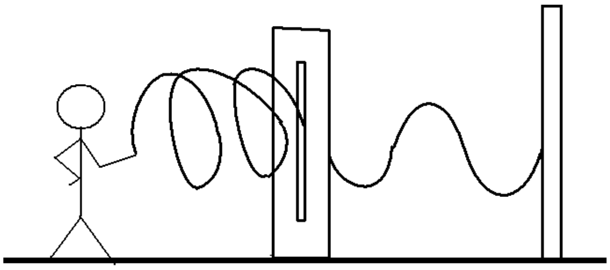
- **Polarização**

A onda é forçada a se propagar em um único plano. Só ocorre com ondas transversais.

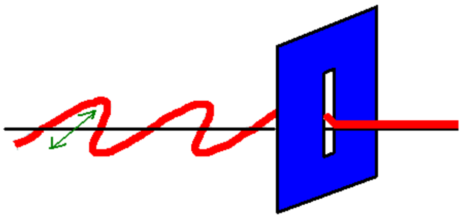
Pense em uma pessoa sacudindo uma corda presa em uma parede em um movimento circular.



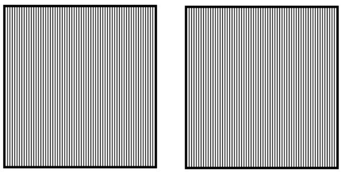
Agora imagine que há uma fresta entre a pessoa e a parede. Do lado da pessoa a corda ficará girando, mas do outro lado da fresta, a corda só poderá subir e descer. Assim será criada uma onda transversal que se propaga apenas na direção da fresta.



O desenho a seguir ilustra uma onda que foi criada a partir de uma oscilação horizontal. Ao atravessar a fenda vertical, a onda é anula, pois não há movimento vertical.

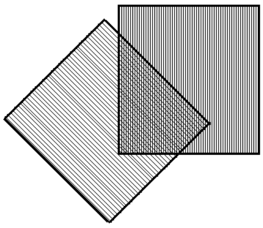


Obs.: Uma onda luminosa que atravessa um polarizado ficará com apenas uma direção de propagação. Se outro polarizador for colocado de maneira transversal ao primeiro, a onda luminosa não atravessará, ficando a região comum entre os polarizadores sem luz.

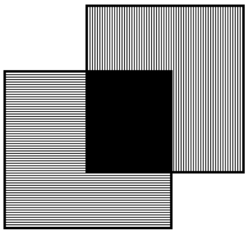


polarizadores
(cortados na vertical)

Girando um dos polarizadores, a área comum escurece.



Girando 90º não passa luz



- **Acústica**

- Reflexão: Reforço, reverberação e eco.

- Batimento: sons de frequências próximas.

- **Ressonância**: sons de frequências iguais provocando aumento de amplitude.

- **Timbre**: permite diferenciar sons de frequências iguais. Timbre é o "desenho" da onda.

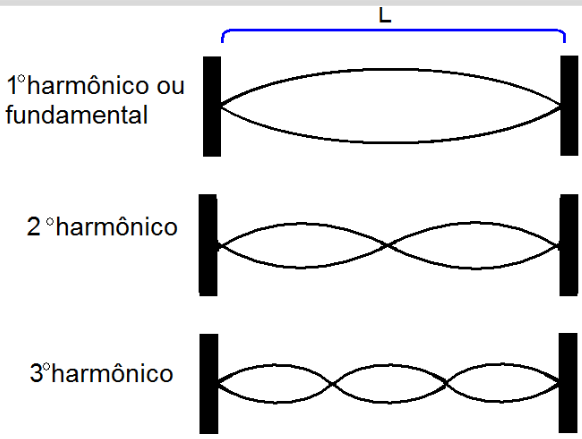
- **Altura**: relaciona-se com a frequência. (som alto = som agudo; som baixo= som grave)

- **Intensidade**: relaciona-se com a amplitude da onda. Razão entre potência e área.
Unidade: W/m^2.
Obs.: a unidade mais usada para intensidade sonora é o decibel que corresponde a uma escala logarítmica.

- **Efeito Doppler**: mudança de frequência (frequência aparente) causada pelo movimento da fonte ou do observador da onda.

- **Ondas estacionárias**

Ondas em corda de comprimento L



Na figura anterior pode-se deduzir uma fórmula para cálculo do comprimento de onda (λ) em função do comprimento da corda(L):

$L = n\frac{\lambda}{2}$, onde n é o número do harmônico

Dica: Não é preciso decorar a fórmula se você perceber que o número do harmônico representa o número de "quibes" (metade do comprimento de onda) do desenho.

um harmônico

Exercício resolvido:

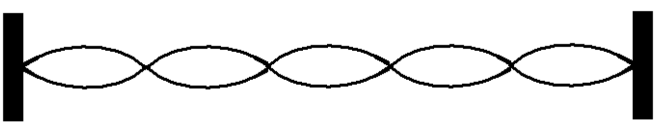
Uma corda de 60 cm presa em suas extremidades é colocada para vibrar através de um oscilador.Qual o comprimento de onda dessa corda quando vibra no 5º harmônico?

a) 12 cm
b) 24 cm
c) 36 cm
d) 60 cm
e) 120 cm

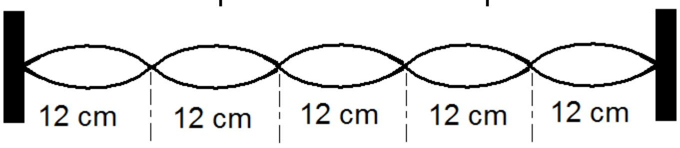
Solução: Uma solução é usar a fórmula (caso você a tenha decorado).

$L = n\frac{\lambda}{2}$ 60 = (5λ)/2 120 = 5λ λ = 24 cm

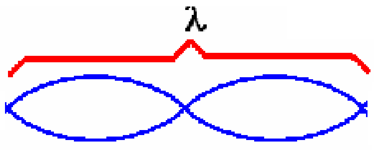
Outra solução é pensar que uma onda do 5º harmônico possui 5 "quibes" ou 5 "desenhos de harmônico". Sua figura será assim:



dividindo o comprimento da corda por 5:



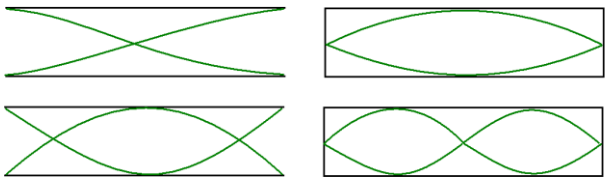
O comprimento de onda é formado por 2 "quibes" ou "dois desenhos de harmônico".



Assim λ = 24 cm

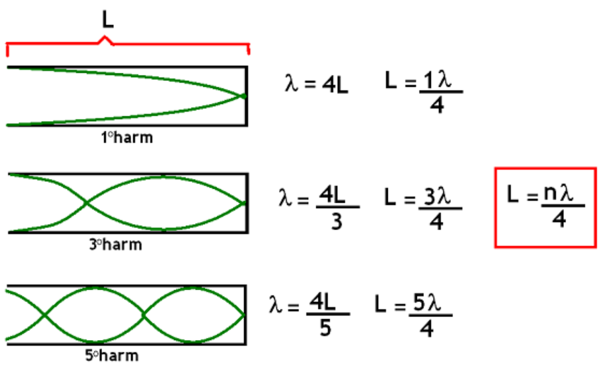
- **Ondas estacionárias em tubos**

- aberto: forma ventre
- fechado: forma nó



A fórmula é a mesma da onda estacionária em corda (e o raciocínio dos harmônicos também)

O tubo que é fechado em uma extremidade e aberto na outra possui apenas os harmônicos ímpares.



Eletrostática

O estudo da eletrostática é o estudo das cargas acumuladas e suas interações. Nos processos elétricos podemos acumular cargas e assim também armazenar energia para usar. Baterias e pilhas são acumuladores de carga que terão utilidade quando ligados em algum equipamento elétrico.

Os fenômenos elétricos sempre intrigaram os seres humanos. Os gregos antigos, onde se destaca Tales de Mileto (talvez o primeiro a fazer experiências com eletricidade), conheciam a propriedade do âmbar (em grego elektron) que, após esfregado em pele de animais, atraía coisas leves como fiapos de palha, pelos e similares. Em 1600, o médico da rainha William Gilbert escreve o livro conhecido como "De Magnete" onde descreve fenômenos elétricos e magnéticos. Aproveita o nome grego e cunha os termos eletricidade e materiais resinosos e vítreos (que depois seriam classificados em positivo e negativo).

O raio é uma manifestação elétrica da natureza que existe desde o inicio e por muito tempo trouxe problemas, pois caíam em igrejas e celeiros que acabavam pegando fogo. Em 1752, Benjamin Franklin fez a famosa experiência da pipa com a chave. Em um dia de tempestade, Franklin empinou uma pipa e observou que o fio de seda usado ficava eriçado, e ao aproximar-se da chave obteve uma fagulha. Pensou então que a eletricidade poderia ser conduzida pelo fio, fincando uma vara de metal no chão ligada por fios outra haste metálica na parte superior da. Estava criado o para-raio. Franklin, também popularizou os termos eletricidade positiva e negativa, sugerindo atração e repulsão entre as cargas (Du Fay já tinha cunhado esses termos e a ideia de atração e repulsão entre cargas).

A eletricidade vai evoluindo através da pilha de Volta, circuitos e das descobertas do eletromagnetismo. Contudo, o elétron, como partícula conhecida só foi identificado em 1897.
De forma simplificada a eletrostática descreve o comportamento dos corpos que perderam ou ganharam elétrons.

- **Conceitos básicos**

- Cargas de sinais iguais se repelem e cargas de sinais opostos se atraem
- Carga elementar do elétron

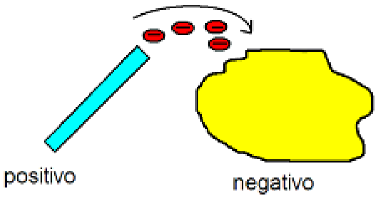
$$e = 1,6 \times 10^{-19}\ C$$

Unidade: C = coulomb

O elétron é uma partícula muito pequena e a ele é associado uma carga negativa.
Para um corpo ficar eletrizado é preciso ganhar ou perder elétrons.

O corpo que recebe elétrons fica negativo

O corpo que cede elétrons fica positivo



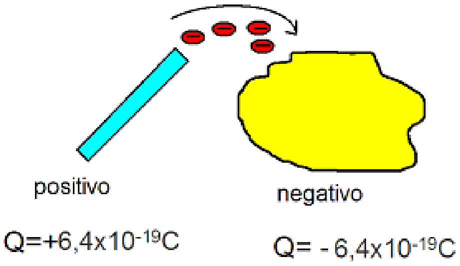
A carga elétrica é um número inteiro de elétrons.

Q=(número de elétrons)x(carga elementar)
Q=n.e

No desenho anterior o bastão cedeu 4 elétrons para o pano.
Assim o módulo da carga trocada é:

$Q = 4 \times 1{,}6 \times 10^{-19} = 6{,}4 \times 10^{-19} C$

Mas os corpos vão ficar com cargas de sinais contrários.

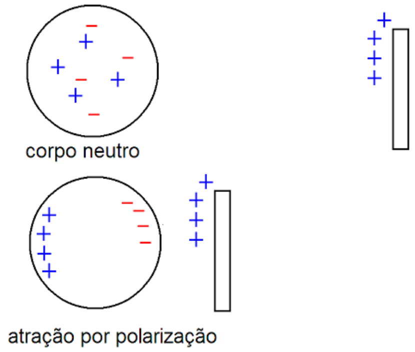


Como o elétron não pode "desaparecer", mudou apenas de lugar, existe a conservação da carga elétrica.

- Principio da conservação da carga elétrica

$$Q_{INICIAL} = Q_{FINAL}$$

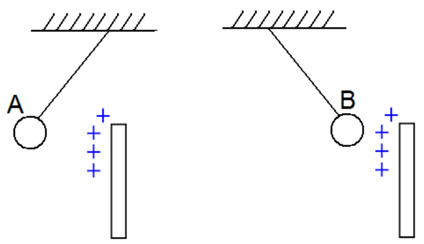
Obs.:
Um corpo carregado consegue atrair o corpo neutro pela polarização das cargas.



(Lembre-se que um corpo neutro é um corpo sem cargas em excesso, não é um corpo sem carga)

Exercício resolvido:

Um bastão carregado com cargas positivas é aproximado de uma esfera A e de outra esfera B, ambas penduradas ao teto por fios isolantes. Ao aproximar da esfera A ocorre repulsão. Ao aproximar da esfera B ocorre atração.



É melhor explicação para o ocorrido é que:

a) a esfera A está com carga positiva e a esfera B está com carga negativa.
b) a esfera A está com carga positiva e a esfera B está sem carga.
c) a esfera A está com carga positiva e a esfera B está com carga negativa ou neutra.
d) a esfera A está com carga negativa e a esfera B está com carga negativa.
e) a esfera A está com carga negativa e a esfera B está com carga negativa ou neutra.

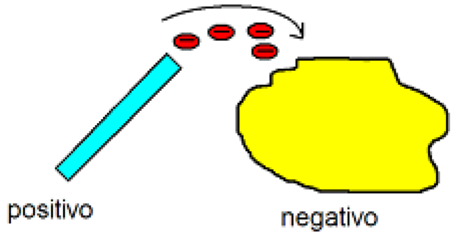
Solução:

A esfera que sofre repulsão só pode ter carga de mesmo sinal, assim a esfera A é positiva.
O corpo eletrizado atrai um outro com carga de sinal contrário ou neutro (por polarização).

Letra C

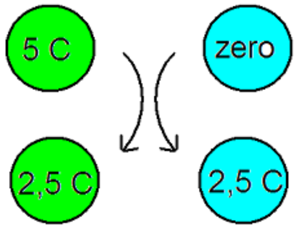
- **Métodos de eletrização**

Atrito – corpos são esfregados e cedem elétrons de um para outro. Ao final do processo os corpos ficam eletrizados com cargas de sinais opostos.



Contato – Um corpo carregado é colocado em contato com outro (descarregado ou com carga). O excesso de carga é distribuído pelos corpos. Pelo Princípio da Conservação da Carga e pela distribuição das cargas os corpos, ao final do processo, ficam com cargas iguais (sinal do maior módulo).

Observe:
a) Um corpo com carga positiva 5C é colocado em contato com outro neutro. O excesso é 5 C. Esse valor é dividido pelos dois corpos. No final teremos +2,5 C para cada um.



Em termos matemáticos:
$Q_{INICIO} = Q_{FINAL}$

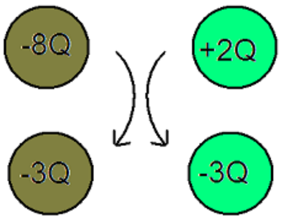
$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$

Só que no final as cargas serão iguais para os dois.

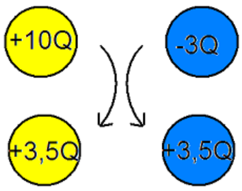
$Q_A + Q_B = 2Q$

$Q = (Q_A + Q_B) / 2$

b) Um corpo negativo de –8 Q é colocado em contato com outro de carga +2Q. O saldo do contato é – 6 Q. Esse valor será dividido pelos dois. Cada um terá – 3 Q.



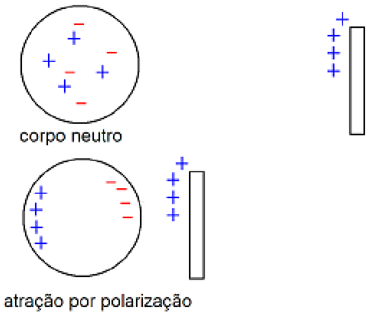
c) Um positivo de + 10Q em contato com outro de – 3 Q terá como saldo + 7 Q. Ao final do equilíbrio eletrostático teremos + 3,5 Q para cada.



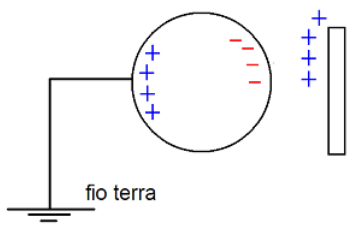
Obs.:
1) Q é um múltiplo qualquer de uma carga. Muito útil, pois não podemos dividir um elétron, mas podemos dividir um múltiplo dos elétrons.
2) É conveniente usar corpos iguais. Corpos de formatos diferentes podem ter distribuição irregular de cargas, por exemplo o *poder das pontas*.
3) Poder das pontas é a capacidade dos corpos carregados se descarregarem pelas pontas. A ponta tende a "escoar" a carga elétrica. Observe com um raio procura as pontas no momento em que está procurando a Terra.
4) Terra – fio terra – aterramento. A Terra é um sumidouro de cargas elétricas. Consegue absorver todo o excesso de carga dos corpos. Um corpo carregado, em contato com a Terra, deverá descarregar suas cargas em excesso.

Indução – Nesse método um corpo carregado será o indutor e outro será o induzido. Ao final do processo o induzido fica com carga de sinal oposto ao do indutor.

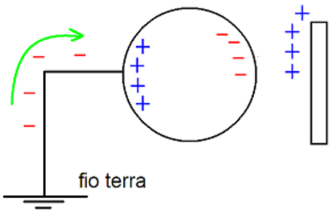
Observe um exemplo de indução:
Um corpo carregado positivamente se aproxima de outro neutro. Ocorre polarização entre as cargas do corpo neutro. As cargas negativas são atraídas pelas positivas e as outras positivas da esfera são afastadas.

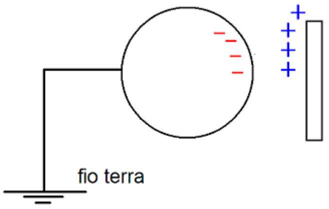


Em seguida o corpo polarizado é ligado à Terra pelo fio terra.

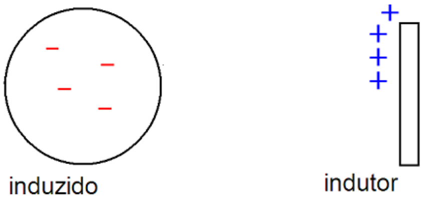


O fio terra descarrega a parte em excesso da esfera. Elétrons sobem da terra para anular a carga positiva que está sobrando (em caso contrário – bastão negativo, elétrons da esfera desceriam para a terra).



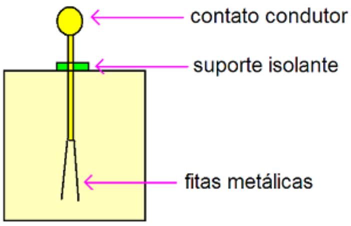


Depois o bastão é afastado, restando apenas as cargas negativas no interior da esfera.

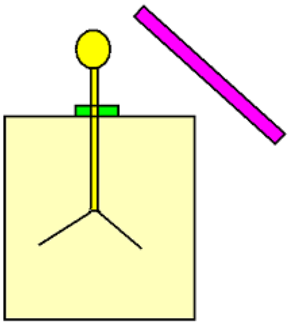


Obs.: Eletroscópio – aparelho para identificar a presença de carga elétrica.

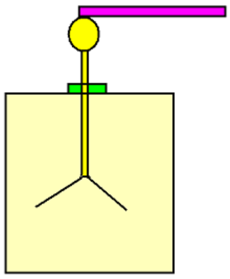
Pode ser construído com um recipiente transparente onde um suporte isolante separa um contato condutor preso a fitas metálicas.



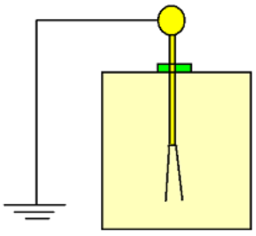
Ao aproximar um bastão carregado, as cargas do eletroscópio vão se polarizar e as fitas vão se abrir.



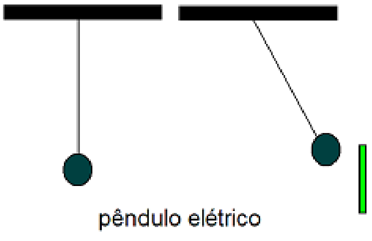
Ao encostar o bastão no eletroscópio ele se carrega com uma carga de mesmo sinal que a carga do bastão.



Para descarregar o eletroscópio é preciso ligá-lo na terra.

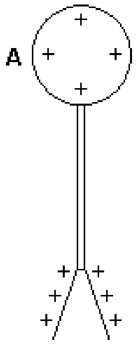


Um pêndulo elétrico também serve como eletroscópio.



Exercício resolvido:

O eletroscópio de folhas representado na figura está carregado positivamente;



Se uma pessoa tocar na esfera A ele se descarrega porque:

a) os elétrons da pessoa passam para o eletroscópio.
b) os prótons da pessoa passam para o eletroscópio.
c) os elétrons do eletroscópio passam para a pessoa.
d) os nêutrons da pessoa passam para o eletroscópio.
e) os prótons do eletroscópio passam para a pessoa.

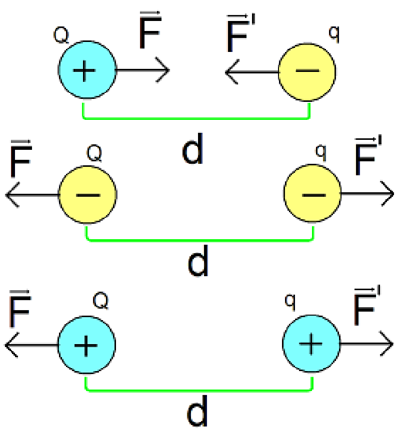
Solução:

O fluxo de cargas deve ser de elétrons (prótons e nêutrons ficam no núcleo do átomo). Assim é preciso que elétrons cheguem ao eletroscópio. A pessoa faz o papel de terra, passando elétrons e descarregando o eletroscópio.

Letra A

- **Força Elétrica**

A força elétrica é diretamente proporcional ao produto das cargas elétrica e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.



$$|\vec{F}| = |\vec{F}'| = F$$

$$F \propto \frac{Qq}{d^2}$$

$$F = K\frac{Qq}{d^2}$$

K é a constante eletrostática. Para o vácuo:

$$K_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$K = 9x10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Obs.: As forças de atração u repulsão elétrica formam par ação-reação.

Dica: Como a força é uma grandeza vetorial não se esqueça de fazer o desenho para saber o resultado da soma vetorial ou para onde as forças estão E execute as contas sem sinal nas cargas, use em módulo.

Exercício resolvido:

Uma carga Q colocada a uma distância D de outra carga q recebe uma força elétrica de módulo F. O valor de Q é triplicado e o de q é duplicado e as cargas são separadas de uma distância 2D. A nova força é F'. O valor da razão entre o módulo de F' e o módulo de F é:

a) 1,5
b) 2
c) 3
d) 4
e) 6

Solução:

Na primeira situação a força vale:

$F = \frac{KQq}{D^2}$ (em módulo)

Para F'

$$F' = \frac{K3Q2q}{(2D)^2} = \frac{6KQq}{4D^2}$$

$$F' = 1{,}5\frac{KQq}{D^2} = 1{,}5F$$

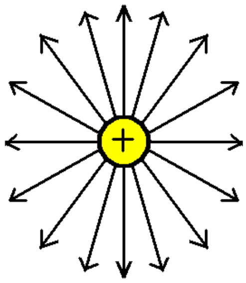
$$\frac{F'}{F} = 1{,}5$$

Letra A

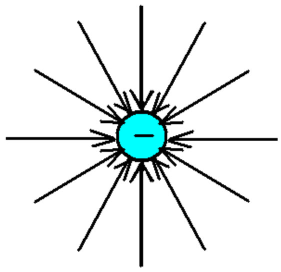
- **Campo Elétrico**

O campo elétrico é a região em volta da carga que permite a interação elétrica.

Para uma carga positiva o campo elétrico é representado por vetores que vão apontar para fora da carga.



Para uma carga negativa o campo elétrico é representado por vetores que vão apontar para dentro da carga.



Obs.: Essa representação é muito importante, pois ela difere da força. A força para ser representada depende da atração ou repulsão. O campo depende apenas se é para fora (carga positiva) ou para dentro (carga negativa)

- **Cálculo do campo elétrico**

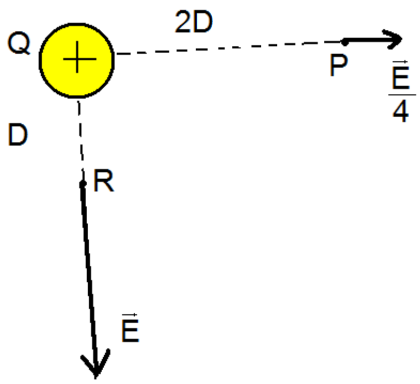
$$\vec{F} = q\vec{E}$$
$$F = qE$$

Assim

$$\frac{KQq}{d^2} = qE$$
$$E = \frac{KQ}{d^2}$$

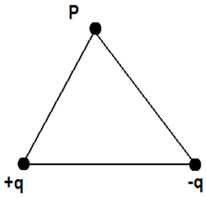
Obs.: A representação do campo elétrico é muito importante, pois ela difere da força. A força para ser representada depende da atração ou repulsão. O campo depende apenas se é para fora (carga positiva) ou para dentro (carga negativa). E o vetor é proporcional ao valor da carga e inverso do quadrado da distância.

Observe o desenho a seguir. No ponto R o campo é E, no ponto P (duas vezes mais distantes) o campo é 4 vezes menor, então o vetor deve ser também 4 vezes menor.



Exercício resolvido:

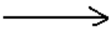
Duas cargas de mesmo módulo, mas sinais opostos estão colocadas nos vértices de um triângulo equilátero conforme ilustra a figura a seguir.



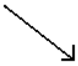
O campo elétrico resultante no ponto P é mais bem representado por:

a) 

b) 

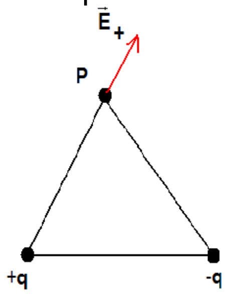
c) 

d) 

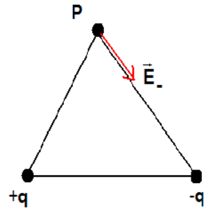
e) 

Solução:

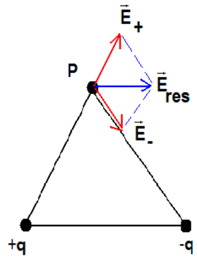
O campo elétrico da carga positiva vai apontar para fora da carga.



O campo elétrico da carga negativa vai apontar para dentro da carga.



O campo resultante é a soma vetorial dos dois campos.

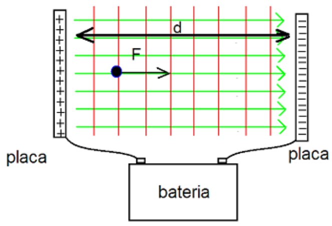


Letra C

Obs.: Duas placas planas paralelas ligadas a uma bateria produzem um campo uniforme em seu interior. Essas placas formam um capacitor plano.

- **Trabalho da força elétrica**

Considere uma bateria ligada a duas placas planas e paralelas formando um campo elétrico uniforme.



A distância entre as placas é d. Uma partícula positiva é colocada no interior do campo e fica sujeita a uma força F. O trabalho é:

Trabalho

$$\tau = Fd$$

$$\tau = qEd$$

$$\Delta U = Ed$$

$$\tau = \Delta U q$$

O valor ΔU é chamado de diferença de potencial

O trabalho para levar uma carga q de A para B é $\tau = (U_A - U_B)q$

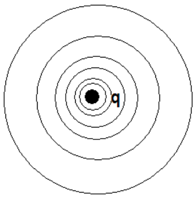
Obs. 1: O potencial elétrico é uma grandeza escalar e representa a energia por unidade de carga. Para uma carga Q, o potencial em um ponto distante d é definido como

$$U = \frac{KQ}{d}$$

Assim a energia é Energia = Uq

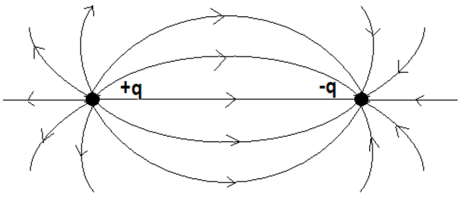
Obs. 2: Superfície equipotencial e linhas de campo elétrico (ou linhas de força).

Os pontos eqüidistantes da carga possuem o mesmo potencial.

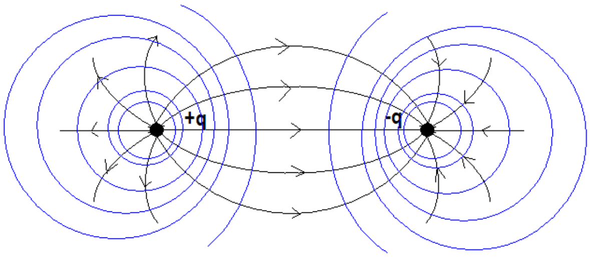


As linhas concêntricas formam as superfícies equipotenciais.

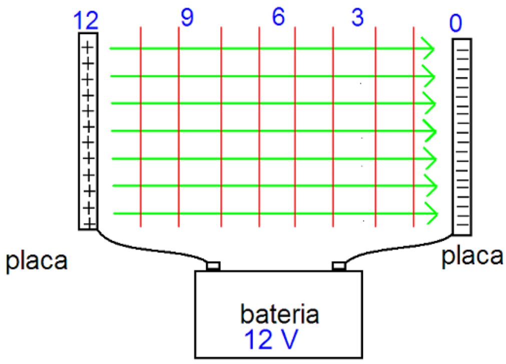
As linhas de força ou de campo se formam pela superposição dos campos elétricos. A figura a seguir ilustra um dipolo elétrico. Observe que as linhas saem da carga positiva e entram na negativa. As linhas não se cruzam.



O desenho seguinte ilustra as linhas de campo e as superfícies equipotenciais



Para um campo de placas as linhas de campo são perpendiculares às placas e as superfícies equipotenciais são paralelas as placas. Abaixo um exemplo usando uma bateria de 12 V.



Dicas: As unidades são importantes

Força => N (newton)
Campo => N/C (newton por coulomb)ou V/m (volt por metro)
Potencial => V (volt)
Trabalho e energia => J (joule)

Campo e força são grandezas vetoriais: faça o desenho dos vetores e não use sinal nas contas
Potencial e trabalho são grandezas escalares: não faça desenho e use o sinal nas contas.

Exercício resolvido:

(UFPE) Considere duas cargas elétricas puntiformes de mesmo valor e sinais contrários, fixas no vácuo e afastadas pela distância d. Pode-se dizer que o módulo do campo elétrico E e o valor do potencial elétrico V, no ponto médio entre as cargas, são:
a) $E \neq 0$ e $V \neq 0$
b) $E \neq 0$ e $V = 0$
c) $E = 0$ e $V = 0$
d) $E = 0$ e $V \neq 0$
e) $E = 2V/d$

Solução.

O campo elétrico é vetorial, vai acompanhar a linha de força. O potencial é escalar será a soma de +Kq/d com – KQ/d totalizando zero.

Letra B

Eletrodinâmica

A eletrodinâmica está presente em praticamente todos os lugares da vida moderna. As instalações elétricas e suas lâmpadas, aquecedores fazem parte do cotidiano do homem moderno.

Para exames como o Enem, onde a análise dos fenômenos do cotidiano são recorrentes, é um tema muito importante.

A eletrodinâmica vai estudar os circuitos elétricos com suas utilidades e seus aparelhos de medida.

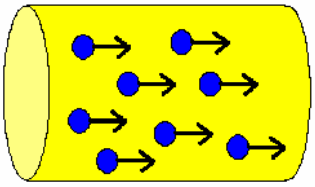
Para poder solucionar problemas de circuito é necessário conhecer as definições essenciais, as grandezas envolvidas e suas unidades.

Intensidade de corrente elétrica

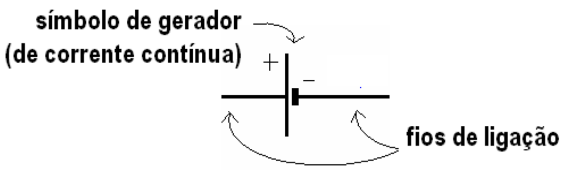
É a razão entre o fluxo de carga elétrica por unidade de tempo. A quantidade de carga elétrica corresponde ao número de elétrons que atravessam o condutor.

$$i = \frac{Q}{\Delta t}$$

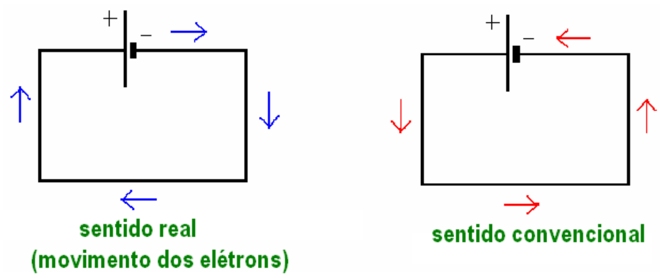
Unidade: C/s = A (ampère)

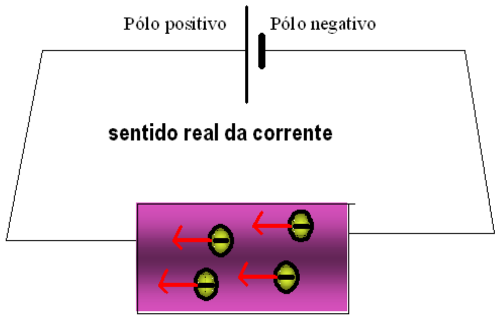


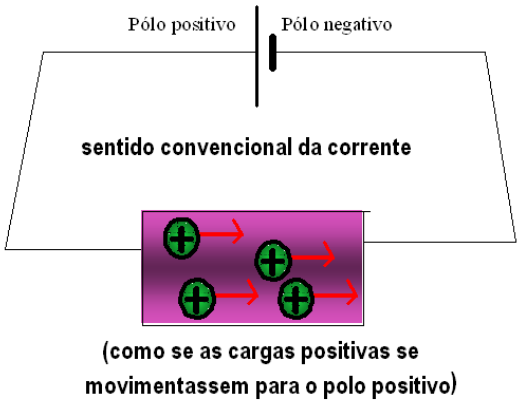
A corrente elétrica corresponde ao fluxo de elétrons. Os elétrons vão para o polo positivo de um gerador (pilha ou bateria)



Observe um circuito fechado:





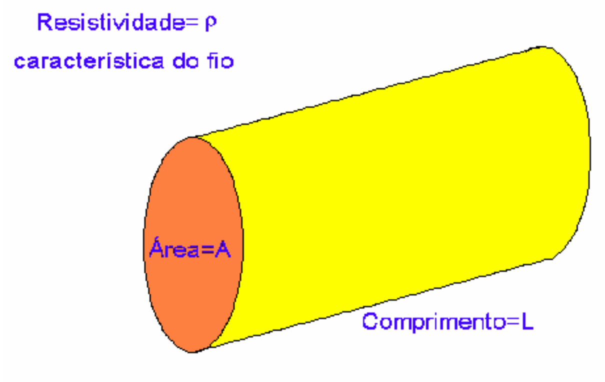


Obs.: Corrente contínua: os elétrons vão em um sentido. Corrente alternada: corresponde a uma onda variável, isto é, como se os elétrons fizessem um vai-e-vem que se desloca. O estudo da corrente alternada passa pela compreensão dos movimentos ondulatórios e valores eficazes. Nos exames de ensino médio não é comum o uso de corrente alternada dessa forma, mas sim em uma análise como se fosse corrente contínua.

- **Resistência elétrica**

Os fios elétricos fornecem o "caminho" para o movimento dos elétrons. O fio ideal não possui resistência, não influencia o circuito. Os fios que influenciam na passagem da corrente são resistências (o elemento é chamado de resistor) e produzem calor. Esse processo em que a corrente elétrica gera calor é chamado de efeito Joule (energia elétrica virando energia térmica).

A resistência pode ser considerada como um cilindro de características: área A, comprimento L e resistividade ρ (depende do material de que é feito o fio).



A resistência de um fio está relacionada com a dificuldade em deixar passar cargas elétricas. Para que as cargas possam fluir por um fio é melhor que sua área seja maior.

$$R \propto \frac{1}{A}$$

Para que as cargas possam fluir por um fio é melhor que o comprimento do fio seja menor.

$$R \propto L$$

Para retirar o símbolo de proporcional e colocarmos um de igual é preciso uma constante. Esta constante é a resistividade (ρ).

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

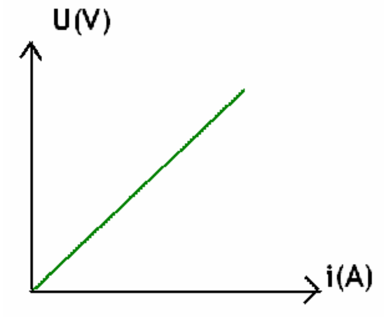
Unidades

Grandeza	Unidade (S.I.)
Resistência	Ω (ohm)
Área	m^2
Comprimento	m
Resistividade	Ω m

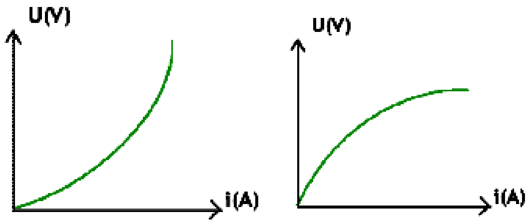
A tensão elétrica ou voltagem (U) é a energia fornecida por unidade de carga. Esta voltagem, chamada de diferença de potencial (ddp) elétrico, é que fornece energia aos elétrons, obedecendo a seguinte relação conhecida como Lei de Ohm:

U = R i

Os resistores que obedecem à Lei de Ohm são os resistores ôhmicos e seu gráfico é uma reta.



Obs: Os resistores não ôhmicos (variáveis) possuem gráficos diferentes.



- **Energia Elétrica**

O gasto da energia elétrica está associada à potência dos aparelhos e ao tempo em que estes ficam ligados.
A potência é a razão entre a energia e o intervalo de tempo.

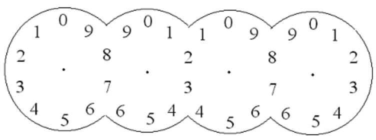
$$Pot = \frac{Energia}{\Delta t}$$
$$Energia = Pot.\Delta t$$

A conta de luz é medida em kWh (quilowatt-hora) e representa a potencia (kW) e o tempo de funcionamento do aparelho (hora).
1 kWh = 1000 Wh = 1000 (J/s) x 3600 s = 3,6 x 10^6 J

Um kWh é equivalente a 3,6x10^6 J

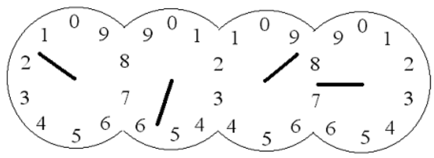
Um relógio de luz residencial é o responsável pela cobrança de sua conta de luz. Ele registra a utilização da energia elétrica de uma casa.
Você pode facilmente medir o valor indicado pelo relógio.

O relógio de luz possui esta configuração.



Este desenho pode ser encontrado nas contas residenciais. Relógios mais modernos possuem contadores/mostradores com números seqüenciais e apresentam leituras maiores do que 5 dígitos. Relógios mais antigos possuem apenas 4 mostradores e precisam de um fator multiplicativo de 10.

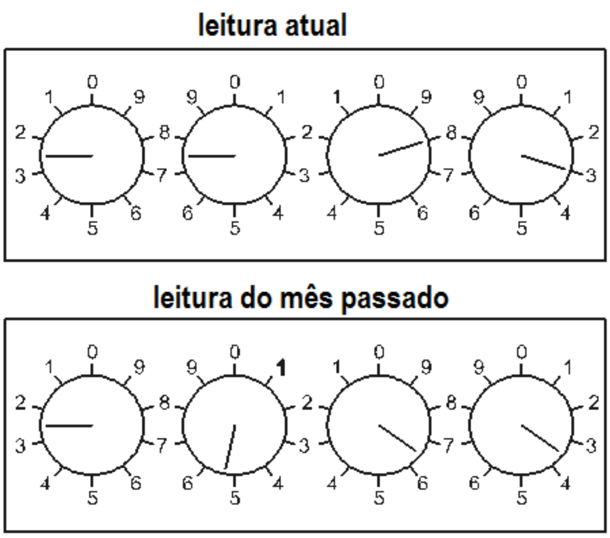
Os valores devem ser lidos sempre pelo menor número onde está situado o ponteiro.



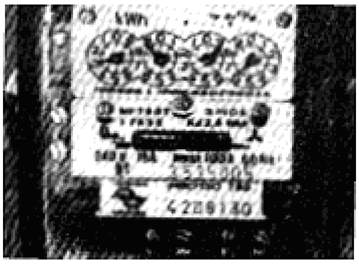
No exemplo acima o relógio marca: 1587

Exercício resolvido:

9**.** (Enem 2010) A energia elétrica consumida nas residências é medida, em quilowatt-hora, por meio de um relógio medidor de consumo. Nesse relógio, da direita para esquerda, tem-se o ponteiro da unidade, da dezena, da centena e do milhar. Se um ponteiro estiver entre dois números, considera-se o último número ultrapassado pelo ponteiro. Suponha que as medidas indicadas nos esquemas seguintes tenham sido feitas em uma cidade em que o preço do quilowatt-hora fosse de R$ 0,20.



FILHO, A.G.: BAROLLI, E. *Instalação Elétrica*. São Paulo: Scipione, 1997.



O valor a ser pago pelo consumo de energia elétrica registrado seria de
a) R$ 41,80.
b) R$ 42.00.
c) R$ 43.00.
d) R$ 43,80.
e) R$ 44,00.

Solução:

É preciso fazer as leituras. Deve-se ler a marcação entre dois números sempre pelo menor. Assim no mês passado a marcação foi 2563 kWh e no mês atual 2783 kWh (embora a marcação do 8 tenha ficado ruim para leitura no original do Enem).

O gasto mensal é a diferença entre as leituras: 2783 – 2563 = 220 kWh

Para obter o valor a ser pago, devemos multiplicar pelo preço do kWh => 20 centavos.

Assim o custo é 220 x 0,2 = 44 reais

Letra E

Obs.: Cálculo do gasto e custo do funcionamento de um aparelho elétrico. Vamos pegar como exemplo uma lâmpada de 60 W que fique acesa 8 horas por dia durante 1 mês.

$$\text{Potência} = 60 \text{ W} = 0{,}06 \text{ kW}$$

$$\text{Tempo de funcionamento} = 8 \text{ h} \times 30 \text{ dias}$$
$$\text{Tempo de funcionamento} = 240 \text{ h}$$

$$\text{Energia} = \text{Potência} \times \text{tempo}$$
$$\text{Energia} = 0{,}06 \times 240 = 14{,}4 \text{ kWh}$$

1kWh custa
aproximadamente
38 centavos

$$\begin{array}{rcl} 1\ \text{kwh} & \text{——} & 0{,}38 \\ 14{,}4\ \text{kWh} & \text{——} & X \end{array}$$

$X = 5{,}47$

O custo desta lâmpada é de cinco reais e quarenta e sete centavos por mês para o consumidor

- **Potência**

A potência resulta do produto da diferença de potencial (U) pela corrente elétrica (i)

Assim, Pot = Ui

Pela Lei de Ohm, U = R i.

Temos então que $Pot = Ui = Ri^2 = \dfrac{U^2}{R}$

Exercício resolvido:

(Enem) Todo carro possui uma caixa de fusíveis, que são utilizados para proteção dos circuitos elétricos. Os fusíveis são constituídos de um material de baixo ponto de fusão, como o estanho, por exemplo, e se fundem quando percorridos por uma corrente elétrica igual ou maior do que aquela que são capazes de suportar. O quadro a seguir mostra uma série de fusíveis e os valores de corrente por eles suportados.

Fusível	**Corrente Elétrica (A)**
Azul	1,5
Amarelo	2,5
Laranja	5,0
Preto	7,5
Vermelho	10,0

Um farol usa uma lâmpada de gás halogênio de 55 W de potência que opera com 36 V. Os dois faróis são ligados separadamente, com um fusível para cada um, mas, após um mau funcionamento, o motorista passou a conectá-los em paralelo, usando apenas um fusível. Dessa forma, admitindo-se que a fiação suporte a carga dos dois faróis, o menor valor de fusível adequado para proteção desse novo circuito é o

a) azul.
b) preto.
c) laranja.
d) amarelo.
e) vermelho.

Solução:

O fusível é um mecanismo de segurança do circuito, feito para queimar com a passagem de uma corrente maior do que seu valor nominal. Assim com uma corrente superior ao seu valor o fusível "abre" o circuito (não deixa passar corrente) e assim o aparelho elétrico não queima.

A potência é P =55 W e a diferença de potencial é **U** = 36 V.

Calculando a corrente em cada farol:

$P = U\,i \Rightarrow i = \frac{P}{U} = \frac{55}{36}$ A.

Cada fusível era responsável por um farol, mas ao conectar os dois faróis ao mesmo fusível ele passou a receber a corrente elétrica dos dois, isto é o dobro de 55/36 A. Logo

$$I = 2x\left(\frac{55}{36}\right) = \frac{110}{36} \cong 3{,}05A$$

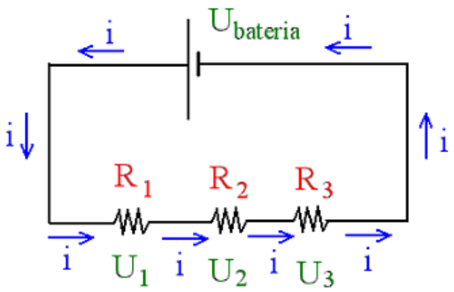
O fusível deve ser maior do que essa corrente (laranja, preto ou vermelho), mas também deve ser o de menor valor dentre os possíveis. Assim a solução é usar o fusível laranja = 5 A.

Letra C

- **Associação de Resistores**

Série

•Resistores percorridos pela mesma corrente;
•A diferença de potencial do circuito (ddp) é a soma das ddp's individuais de cada resistor.
•A resistência equivalente é a soma das resistências individuais.
• É um circuito com elementos dependentes. Caso um falhe o sistema para de funcionar.

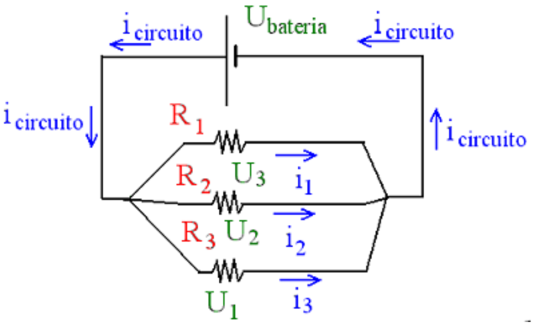


$$R_{Eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$U_{bateria} = U_1 + U_2 + U_3$$

Paralelo

•Resistores submetidos a mesma diferença de potencial;
•A soma das intensidades de corrente que chegam no nó é igual a soma das intensidades de corrente que saem do nó.
•O inverso da resistência equivalente é a soma dos inversos das resistências individuais.
• É um circuito independente. Mesmo com a falha de um elemento, os outros podem continuar funcionando.



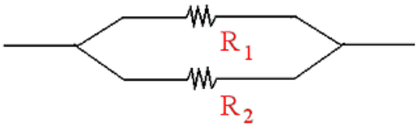
$$U_{bateria} = U_1 = U_2 = U_3$$

$$i_{circuito} = i_1 + i_2 + i_3$$

$$\frac{1}{R_{Eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Obs.: Alguns casos são comuns na associação em paralelo.

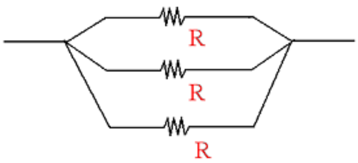
- Associação com apenas 2 resistores: o resultado do M.M.C fornece a fórmula do produto sobre a soma (bastante prática).



Par de resistores

$$R_{equivalente} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

- Para associação de resistores iguais, deve-se dividir o valor do resistor pelo número de resistores presentes no circuito.



resistores iguais

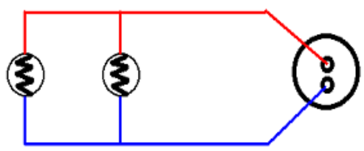
$$R_{equivalente} = \frac{R}{n}$$

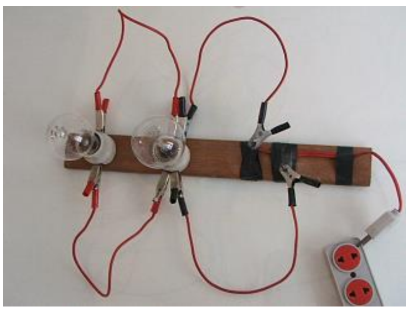
onde n é o número de resistores

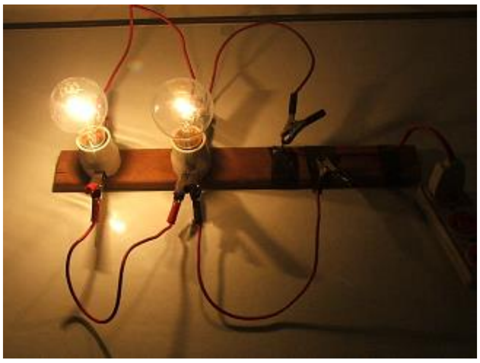
Um detalhe sobre associações

- Lâmpadas em paralelo e em série

Lâmpadas em paralelo recebem a mesma ddp.



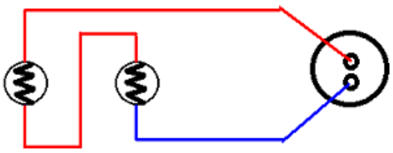


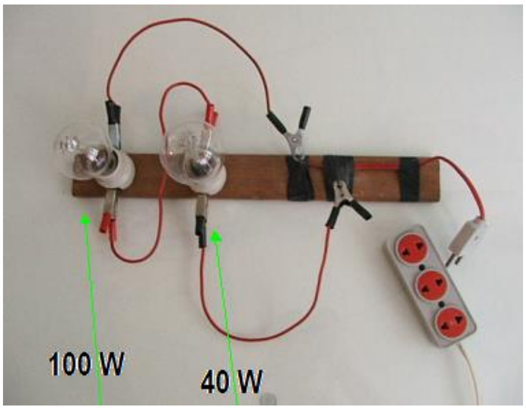


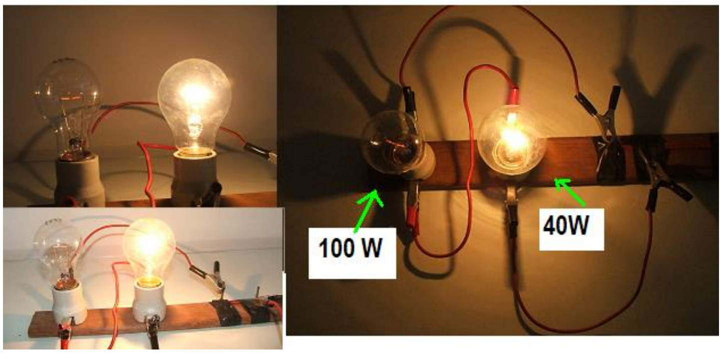
Observe a associação: a lâmpada da esquerda é de 100 W (brilho maior) e a da direita 40 W (brilho menor). Cada lâmpada está com um brilho que corresponde ao funcionamento normal.

Lâmpadas em série

A colocação de lâmpadas em série acarreta mais problemas do que parece. Quando uma lâmpada apaga, todas apagam. Este não é o maior problema. A associação em série provoca um aumento na resistência equivalente que diminui muito a corrente do circuito. Observe:



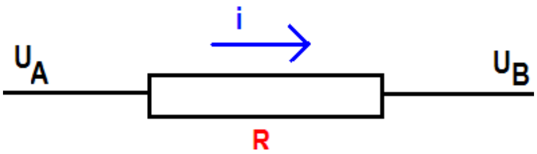




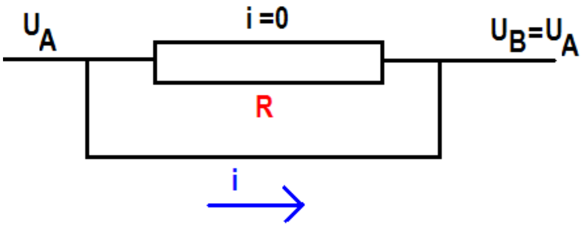
Observe que a lâmpada de 100W está com menor brilho (filamento incandescente), enquanto que a lâmpada de 40W consegue um brilho razoável.

- **Curto circuito**

Considere um fio com um resistor de resistência R percorrido por corrente i devida a diferença de potencial entre A e B.



Um curto circuito ocorre quando dois pontos de diferentes potenciais elétricos são unidos por um outro fio (de resistência desprezível). Assim os pontos assumem o mesmo potencial.

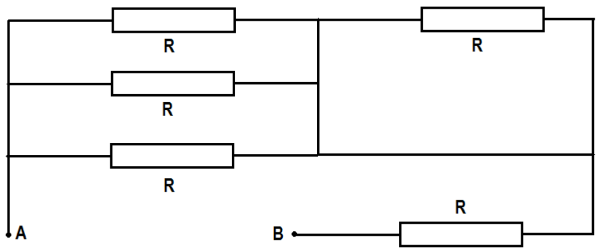


A diferença de potencial agora é zero. Assim na fórmula U = Ri temos Ri =zero
Se Ri =0 temos R = 0 ou i = 0

No resistor a resistência R é diferente de zero, logo sua corrente é nula. No fio a resistência é nula logo a corrente é diferente de zero. A corrente vai pelo fio sem resistência.

Exercício resolvido:

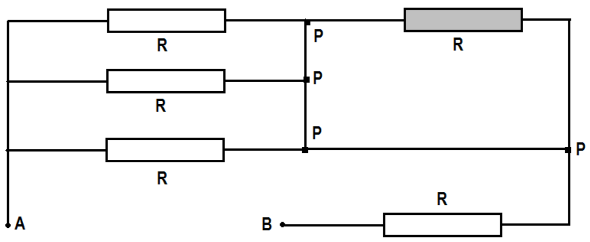
No circuito a seguir o valor da resistência equivalente entre os pontos A e B é:



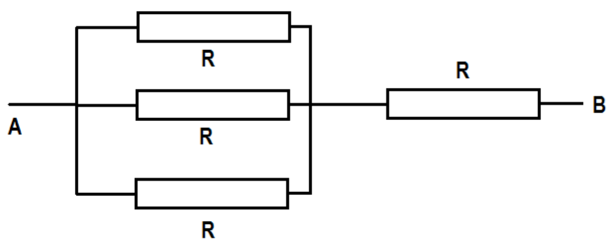
a) 3R/4
b) 4R/3
c) 5R/2
d) 2R/5
e) R

Solução:

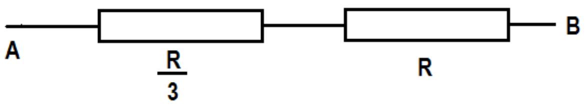
Observe o esquema a seguir:



Os pontos P são todos unidos por fios sem resistência, portanto são pontos de mesmo potencial. Assim o resistor de cor diferente não faz parte do circuito (não recebe corrente, está em curto circuito). E o circuito fica assim:



O lado esquerdo é um arranjo em paralelo de resistores iguais (basta dividir o valor pela quantidade) assim:

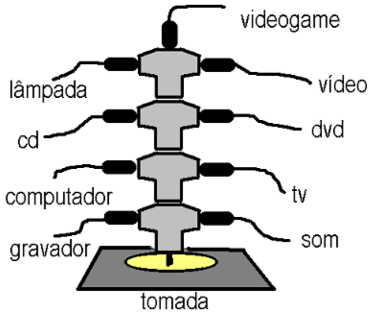


Agora basta somar os valores pois os resistores estão em série..

Req = R/3 + R = 4R/3

Letra B

Obs.: Circuitos em paralelo são eficientes, pois permitem ligar muitos aparelhos na mesma tomada, contudo tal procedimento é perigoso. A potência é diretamente proporcional a corrente elétrica, assim quanto maior a corrente maior é o aquecimento do circuito. Ao ligarmos diversos aparelhos em uma mesma tomada estamos ligando em paralelo. A resistência equivalente vai diminuir e a corrente do circuito vai aumentar, o que vai causar aquecimento.

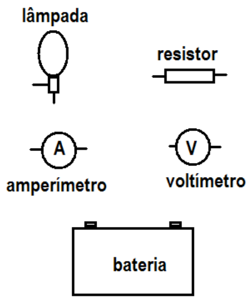


Não devemos usar muitos conectores em uma só tomada, ligando muitos aparelhos simultaneamente

- **Aparelhos de medida**

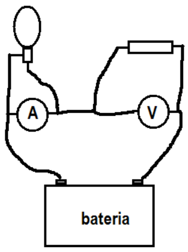
- Amperímetro: destina-se a medir a corrente no circuito; deve possuir resistência interna baixa, próxima de zero; deve ser ligado em série no circuito.
- Voltímetro: destina-se a medir a ddp dos pontos onde está ligado, deve possuir uma resistência interna alta; tendendo a infinito; deve ser ligado em paralelo no circuito.

Exercício resolvido
Deseja-se ligar uma lâmpada e um resistor em série a uma bateria.

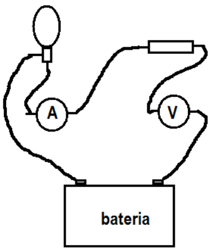


Além disso, é preciso medir a intensidade de corrente na lâmpada com um amperímetro A e a ddp no resistor com um voltímetro V. Assinale a opção que ilustra a correta ligação dos elementos apresentados.

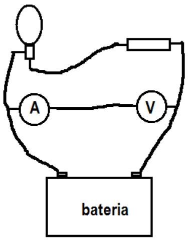
a)



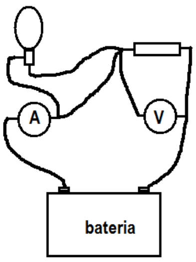
b)



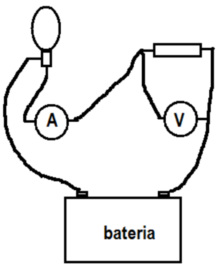
c)



d)



e)



Solução:

Na opção a, o amperímetro está ligado errado (em paralelo).
Na opção b, o voltímetro está ligado errado (em série)

Na opção c, o voltímetro está em paralelo com a bateria e não vai medir a ddp do resistor. Além disso o amperímetro não vai medir a corrente na lâmpada.
Na opção d, os terminais da lâmpada estão conectados a um fio sem resistência, provocando um curto circuito e não recebendo corrente (a lâmpada não vai acender).
A opção E é a correta. Amperímetro nem série e voltímetro em paralelo.

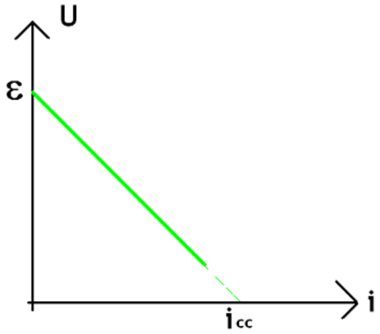
Letra E

- **Equação do gerador**

$$U = \varepsilon - ri$$

U = diferença de potencial lançada no circuito
e = força eletromotriz (tensão máxima da bateria)
ri = diferença de potencial que “fica” na bateria

Gráfico



i_{cc} = corrente de curto circuito

$$U = \varepsilon - ri$$

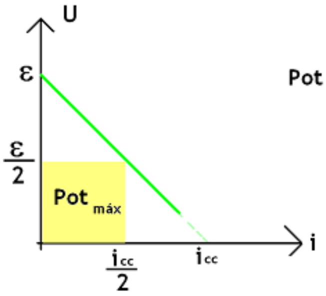
no curto circuito

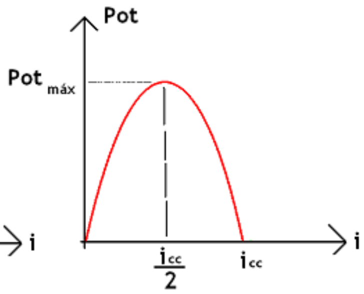
$$U = 0$$

$$0 = \varepsilon - ri_{CC}$$

$$i_{CC} = \frac{\varepsilon}{r}$$

Potência e gráfico de potência do gerador





$$U = \varepsilon - ri \qquad x(i)$$

$$Ui = \varepsilon i - ri^2$$

$$Pot = \varepsilon i - ri^2$$

$$0 = \varepsilon i - ri^2$$

$$i_1 = 0 \qquad i_2 = \frac{\varepsilon}{r} = i_{CC}$$

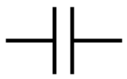
Obs.: Capacitores - elementos do circuito que armazenam carga elétrica (Q) e energia elétrica E quando submetidos a uma diferença de potencial U.

$$Q = CU$$

[onde C é a capacitância do capacitor na unidade F (farad)]

$$E = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Símbolo:

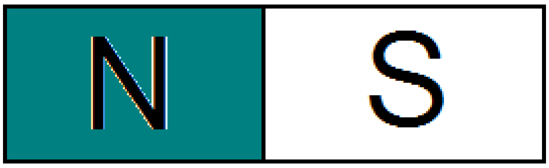


Magnetismos e Eletromagnetismo

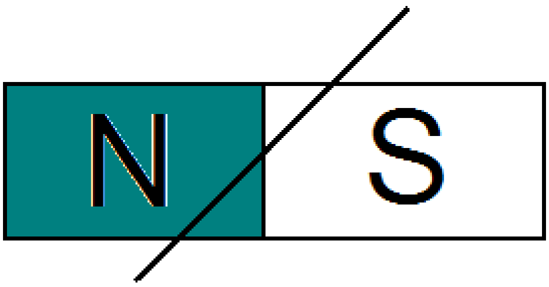
Os fenômenos magnéticos têm sido observados na natureza desde a antiguidade. Certos corpos possuem a propriedade de atrair alguns metais, são os chamados ímãs naturais. Há versões diferentes para a origem do nome magnetismo: pedras com poder de atração teriam sido achadas na região da Ásia conhecida como Magnésia, as pedras é que teriam o nome de magnetita e ainda uma versão de que um pastor de ovelhas que se chamava Magnes conseguia atrair pedras com seu cajado. Mesmo não tendo certeza sobre a origem, um fato é claro: os fenômenos magnéticos estavam presentes no mundo antigo.

A magnetita é um dos minérios do óxido de ferro (Fe_3O_4) e é um ímã natural. Os ímãs possuem algumas características:

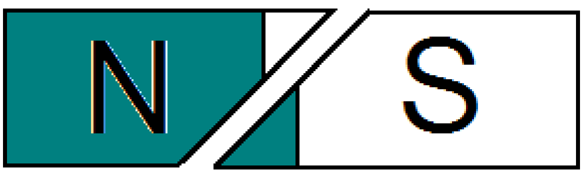
•Possuem dois polos inseparáveis - os lados magnéticos do ímã são chamados de polos norte e sul e não podem ser isolados um dos outro.



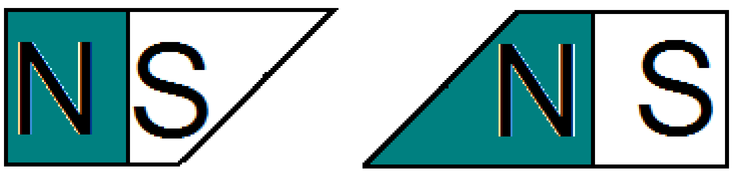
Obs.: Ao partir um ímã, como na figura a seguir, formam-se dois novos ímãs.



Corta-se o ímã de forma transversa.



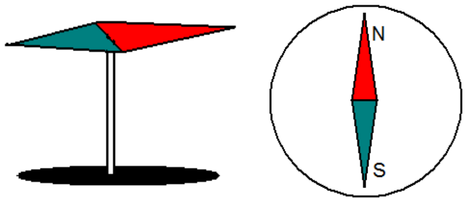
Os pedaços quebrados vão se atrair, pois se formam novos polos.



•São capazes de atrair outros metais – é uma característica observável dos ímãs.

•São capazes de imantar outros metais – esfregando um ímã em um pedaço de metal podemos deixar o metal com propriedades magnéticas.

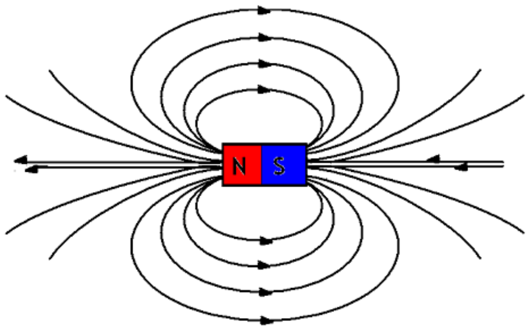
•Quando pendurados pelo centro de gravidade assumem uma única direção – tal característica levou os chineses a inventarem a bússola.



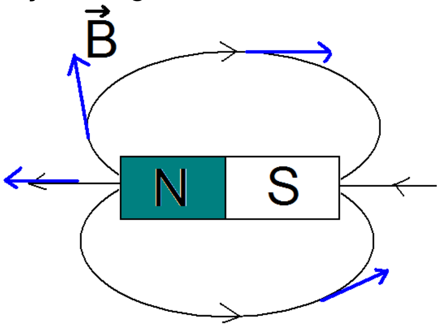
•Polos opostos se atraem e polos iguais se repelem.

- **Campo magnético**

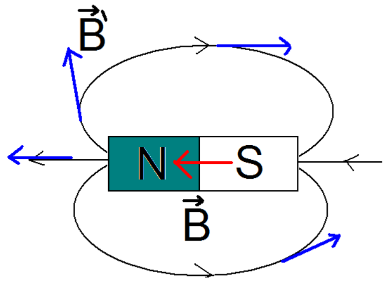
A região de influência do ímã em volta dele é a sua região do campo magnético. Para representar o campo magnético usamos linhas que são chamadas linhas de indução do campo magnético. A convenção é usar linhas que saem do polo norte e entram pelo polo sul.



O vetor campo magnético, representado por $\vec{B}$ tangencia as linhas de indução. É o chamado vetor indução magnética.



Obs.: É importante notar que o campo magnético é rotacional, isto é, ele completa uma volta. As linhas são fechadas. Dessa forma há campo magnético no interior do ímã. Só que o campo no interior do ímã vai apontar do sul para o norte.

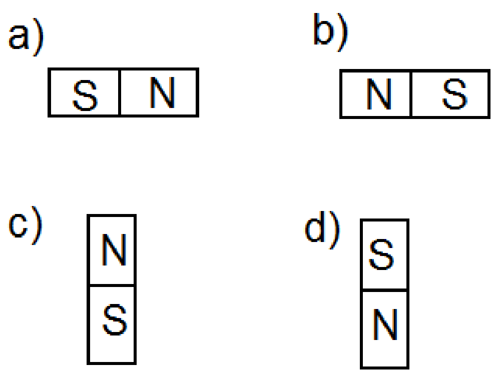


Dica: Muitos exercícios pedem para que o estudante indique a posição que uma bússola ou imã vai assumir quando colocado em um campo magnético qualquer. Para resolver esse problema de maneira simples, basta colocar o vetor campo magnético que existe no interior da bússola ou imã na mesma direção e sentido do campo magnético existente externo.

Exercício resolvido:

(UERJ – adaptado) A figura ilustra um campo magnético uniforme que aponta da esquerda para direita.

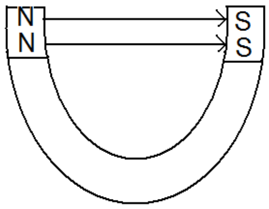
Assinale a opção que indica a posição que um ímã irá assumir ao ser colocado no interior do campo citado.



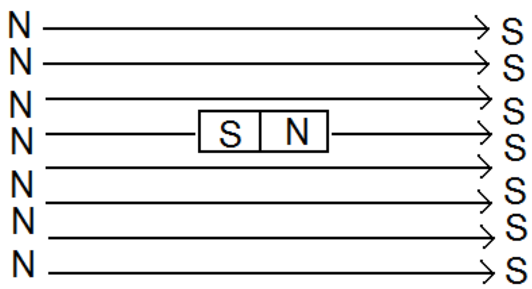
Solução:

Há duas maneiras de se pensar no problema.
A primeira é entender que o campo externo aparece do norte para o sul, assim:

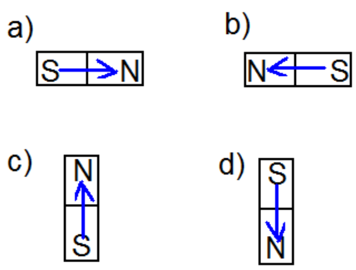
Como se fosse a região central uniforme de um ímã ferradura.



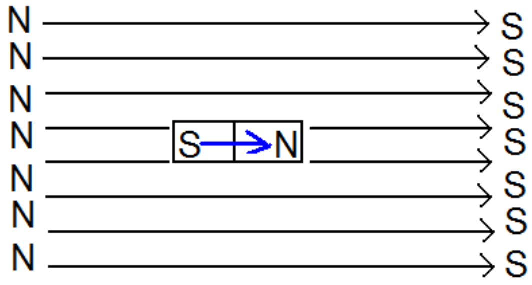
E então pensar que polos opostos se atraem e pólos iguais se repelem. Desse modo o norte do ímã deverá ficar virado para o sul e o sul para o norte.



A outra solução é simplesmente entender que a linha campo no interior do ímã (que aponta do sul para o norte) deverá ficar igual as linhas do campo externo.

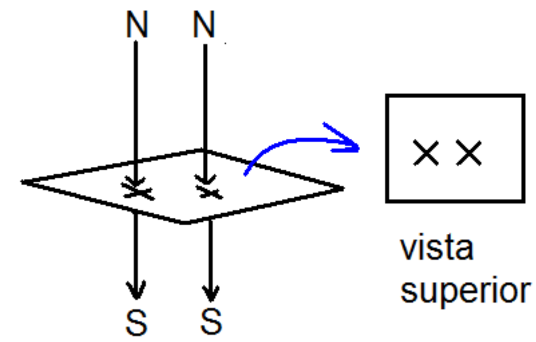


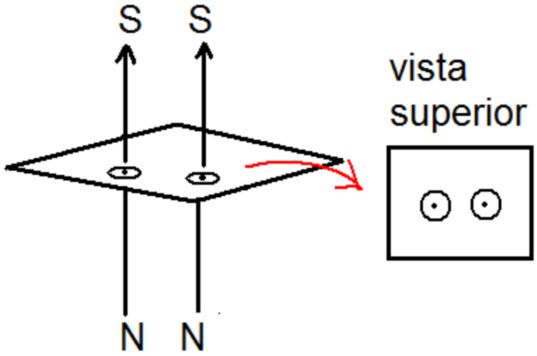
A opção em que o campo interno é igual ao externo é a letra A.



Resposta: Letra A

Obs.: O campo magnético é interage em todas as direções, assim é necessário representá-lo, as vezes, de uma forma tridimensional. É preciso um vetor que seja perpendicular ao plano do papel. Para fazer tal representação desenhamos um vetor entrando no papel como a parte traseira de uma flecha. E um vetor saindo do papel como um pequeno ponto que representa a parte frontal de uma flecha.



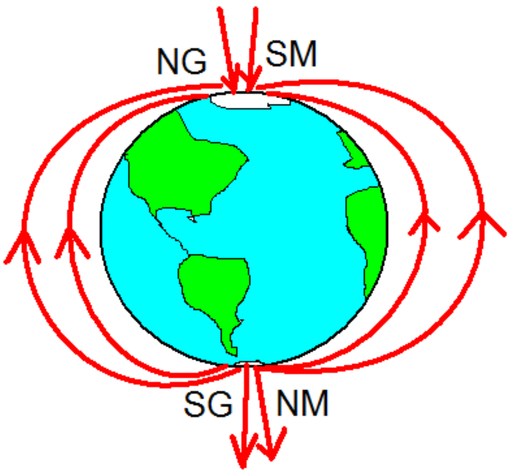


- **Campo Magnético da Terra**

Se um ímã se orienta na mesma direção suspenso pelo centro de gravidade, isso mostra que a Terra possui um campo magnético. A cada ponto do campo magnético da Terra está associado um vetor campo indução magnética.

O polo norte do ímã aponta para o polo norte geográfico e o polo sul magnético aponta para o polo sul geográfico. Para resolver esse impasse "norte atrai norte", o polo norte geográfico é o polo sul magnético e o polo sul geográfico é o polo norte magnético.

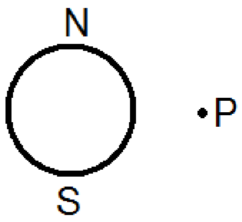
Obs.: Na verdade esses pontos não são coincidentes. Os polos norte e sul geográficos são os pontos extremos do eixo de rotação da Terra, enquanto que os polos norte e sul magnético são variáveis, mudam de lugar ao longo dos anos. O importante aqui é perceber que as linhas de campo magnético da Terra devem sair do polo norte magnético (que é o sul geográfico). Essa é uma das "pegadinhas" dos exames vestibular. O aluno deve ter atenção aos polos magnéticos para desenhar as linhas de indução da Terra.

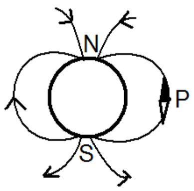


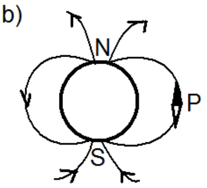
Uma bússola que pode se mover para todos os lados terá inclinação e declinação magnética.
A inclinação magnética é quanto a agulha se afasta de uma linha horizontal (paralela ao plano). Assim uma bússola de uma pessoa no equador terá inclinação zero e conforme vai para um dos polos a agulha vai se inclinando até 90^0.
A declinação magnética é quanto a agulha se afasta da direção norte-sul geográfica. Lembre-se que o norte-sul geográfico difere do norte-sul magnético

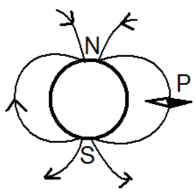
Exercício resolvido:

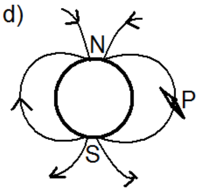
(UFF – adaptada) A figura abaixo representa o planeta Terra e seus polos norte (N) e sul (S) geográficos. Assinale a opção que representa corretamente as linhas de indução do campo magnético terrestre e a posição de uma bússola colocada no ponto P.

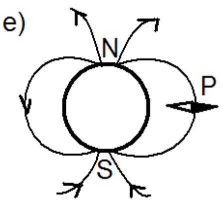


a)


b)


c)


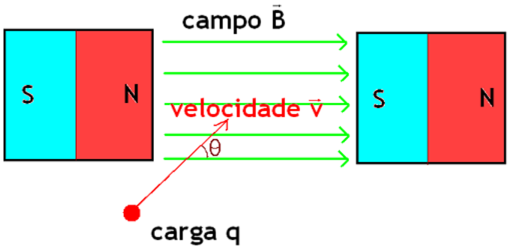
d)


e)


Solução:
As linhas de campo magnético devem sair do polo norte magnético que é o sul geográfico. Então apenas as letras a, c e d atendem à resposta. A orientação da bússola deve seguir a orientação do campo externo ficando na mesma direção. Portanto a resposta é a letra A.

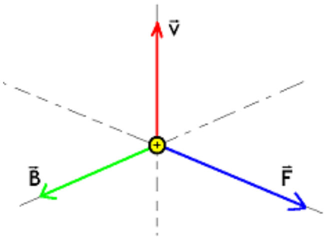
- **Força Magnética**

A força magnética é a força que aparece pela interação de uma carga elétrica com um campo magnético. Possui algumas características bastante peculiares.
•A força magnética aparece em cargas em movimento que cruzam um campo magnético (sem que a velocidade seja paralela ao campo)
•Campo magnético B é gerado por cargas em movimento (ou corrente elétrica) e age somente em cargas em movimento (ou corrente elétrica).
•Unidade de campo magnético (B) = T (tesla)

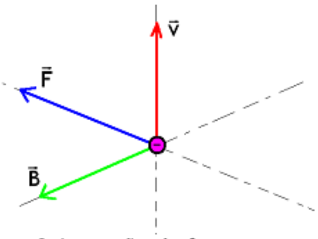


$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$
$$F = qvB\,\text{sen}\,\theta$$
$$para \quad \theta = 90^0$$
$$F = qvB$$

Direção e sentido da força magnética

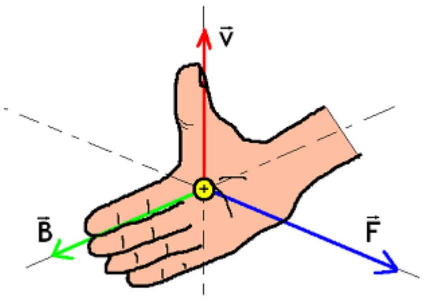


Orientação da força com carga de sinal positivo

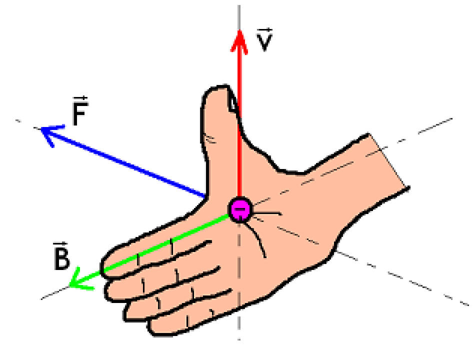


Orientação da força com carga de sinal negativo

Costuma-se usar a chamada “regra da mão” para determinar a orientação da força magnética. A regra é usada para simplificar o sentido da força magnética que é resultado do produto vetorial da velocidade pelo campo.
Abaixo está mostrada a “Regra da Mão Direita Espalmada”.



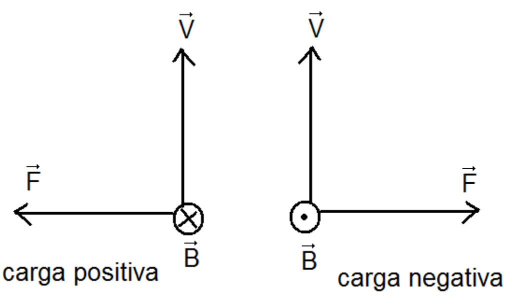
Carga com sinal positivo recebe um "tapa" com a parte interna da mão (palma).



Carga com sinal negativo recebe um "tapa" com a aprte externa da mão (dorso).

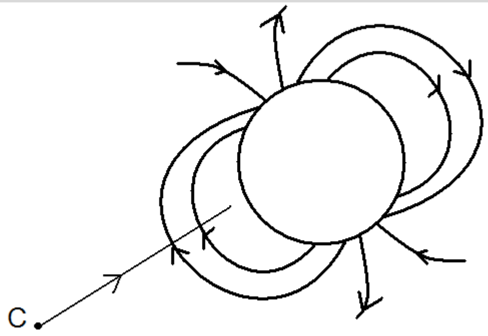
Obs.: Alguns autores preferem a Regra da Mão Esquerda ou Regra de Fleming, que também é válida, mas os eixos diferem no posicionamento. Força no polegar, campo no indicador e velocidade no anular. Se você já conhece essa regra ou alguma outra, evite ficar decorando outra pois poderá acabar se confundindo. Decore apenas uma e use-a corretamente.

A dificuldade do uso da regra da mão ou do produto vetorial está no caráter tridimensional que existe. Como o vetor força é perpendicular ao plano do vetor formado pela velocidade e campo há a necessidade da tridimensionalidade. Nos vestibulares é comum o uso do ângulo de 90º para v e B. Então os três vetores acabam ficando perpendiculares entre si. Uma representação possível bidimensional é apresentada a seguir.



Exercício resolvido:

(UFF) Sabe-se que as linhas de indução magnética terrestre são representadas, aproximadamente, como na figura.



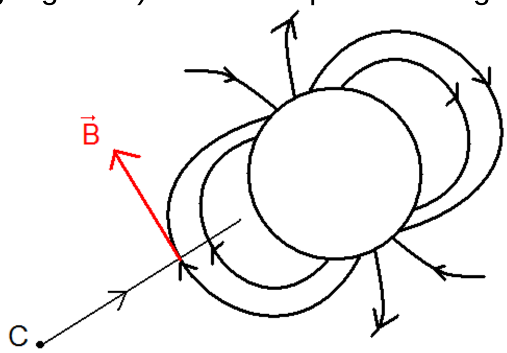
Partículas positivamente carregadas dos raios cósmicos aproximam-se da Terra com velocidades muito altas, vindas do espaço em todas as direções. Considere uma dessas partículas, aproximando-se da Terra na direção do seu centro, ao longo do caminho **C** (ver a figura). Pode-se afirmar que essa partícula, ao entrar no campo magnético da Terra,

a) será defletida para baixo, no plano da página.
b) será defletida perpendicularmente à página, afastando-se do leitor.
c) não será defletida pelo campo.
d) será defletida para cima, no plano da página.
e) será defletida perpendicularmente à página, aproximando-se do leitor.

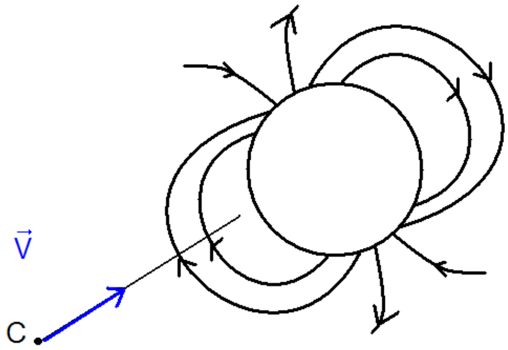
Solução:

É preciso adequar os vetores apresentados com os vetores da regra da mão direita.

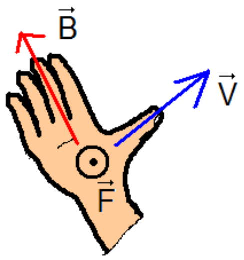
O campo magnético é tangente a linha de indução que sai do polo norte magnético (sul geográfico) e entra no polo sul magnético (norte geográfico).



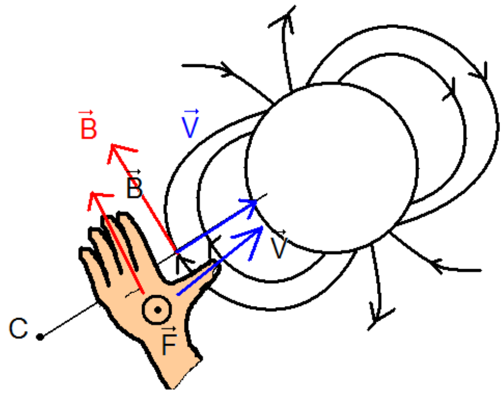
A velocidade está representada na própria trajetória da partícula.



A mão será colocada espalmada para cima, de modo que os dedos coincidam com B e o polegar com a velocidade. A partícula é positiva, assim a força aparece na palma da mão que está virada para cima. Observe a figura a seguir.



Assim:



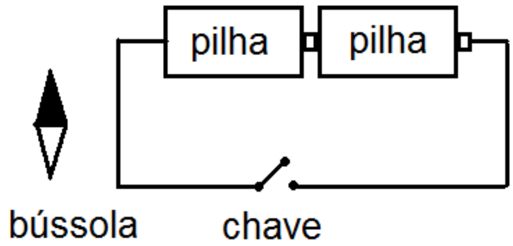
Assim a força magnética que atua na partícula positiva será defletida perpendicularmente a folha de papel e apontará do papel para leitor.

Letra E.

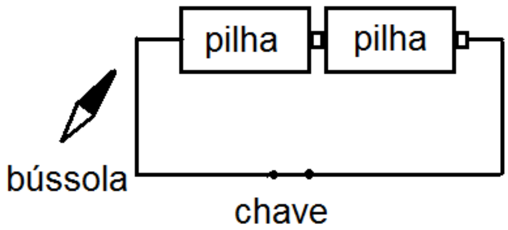
- **Indução eletromagnética**

O física Hans Christian Oersted demonstrou experimentalmente, em 1820, que um fio condutor com corrente elétrica criava um campo magnético a sua volta que provocava o desvio em uma bússola colocada em sua proximidade. Foi um grande passo para mostrar que fenômenos elétricos e magnéticos estavam ligados.

A experiência de Oersted:



Ao fechar a chave, a bússola muda de posição.



A importância dessa experiência é mostrar que cargas elétricas em movimento provocam campo magnético nas proximidades do espaço em volta desse movimento.

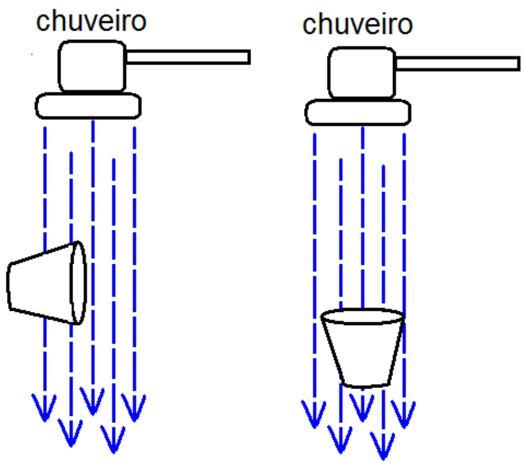
Cerca de 12 anos depois o físico Michael Faraday conseguiu provar o caminho inverso, isto é, campos magnéticos variáveis produzem corrente elétrica. Esse princípio é chamado de indução eletromagnética e é o princípio de funcionamento do gerador mecânico de energia elétrica.

Para se conseguir corrente elétrica é preciso variar o campo magnético em uma região delimitada por fios condutores.

Imagine a seguinte situação:

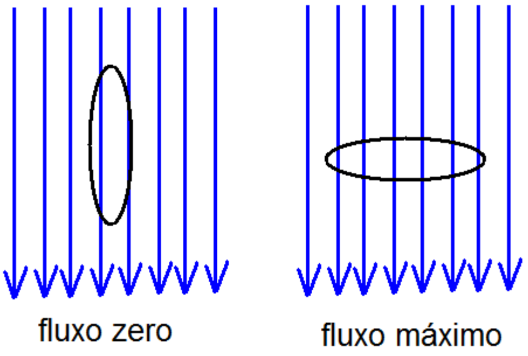
Um copo colocado embaixo de um chuveiro.

Coloca-se o copo primeiro de lado e depois vai virando-se o copo até ficar direito.



É fácil perceber que na primeira situação não vai entra água no copo, enquanto que na segunda situação teremos muita água entrando no copo. Podemos dizer que o fluxo de água pela área de entrada do copo é zero na primeira situação e máximo na segunda. Assim, à medida que o copo vai sendo girado o fluxo vai aumentando.

Para o fluxo magnético a analogia é igual. No lugar da água, pense em um campo magnético uniforme de módulo B. No lugar do copo pense em um aro circular de área A.



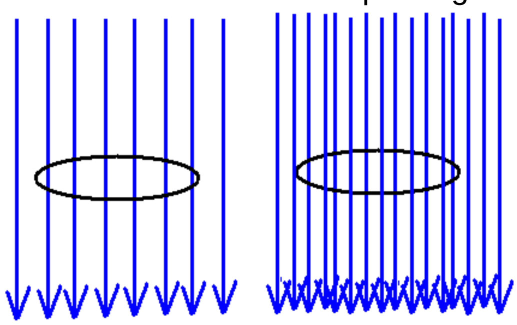
Isso quer dizer que se modificando a posição do aro (espira), teremos um fluxo magnético (ϕ) através da área A que será dado por

ϕ = BA (na situação de máximo fluxo)

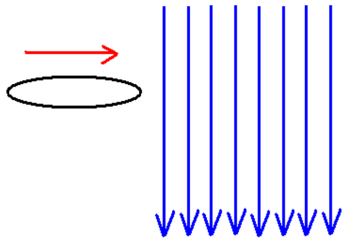
É importante perceber que aparecerá uma corrente elétrica induzida na espira devido a essa variação do campo magnético.

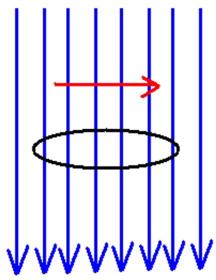
Há outras formas de produzir essa variação e criar corrente elétrica.

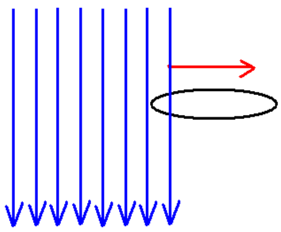
- Modificando o campo magnético. Por exemplo aumentando o número de linhas de campo.



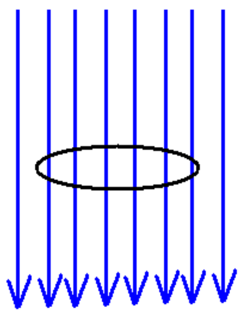
- Movimentar a espira através do campo.

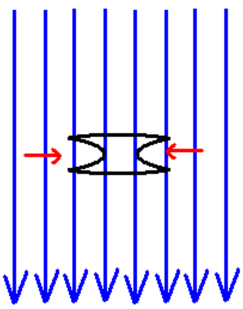






- Pela variação na área. Por exemplo, modificando a área da espira.





Para calcular o módulo da força eletromotriz induzida (ε) por essas variações devemos dividir a variação do fluxo pelo intervalo de tempo dessa variação.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

(Lei de Faraday-Neumann)

Obs.: O sinal negativo aparece na fórmula anterior porque a corrente induzida aparece no sentido que produz um fluxo contrário à variação do fluxo indutor. É a chamada Lei de Lenz.

Dica: É importante perceber que:

- cargas elétricas em movimento produzem campo magnético;
- campos magnéticos variáveis podem produzir corrente elétrica.