ATIVIDADES PEDAGÓGICAS DE FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM

ADA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DA APRENDIZAGEM · SEDUCE SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO, CULTURA E ESPORTE · GOVERNO DE GOIÁS Avançando sem parar

ADA – 1º BIMESTRE – CICLO I – 2018
MATEMÁTICA – 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 1 DA ADA
Um sistema de equações pode ser usado para representar situações-problemas da matemática ou do dia-a-dia.
Assinale a alternativa que representa um sistema de equações do 1º grau.

(A) $\begin{cases} 4x^2 + 8y = 4 \\ 2xy = 8 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 3x + 7y = 2 \\ 2x - 5y = 11 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} \frac{1}{x} + y = 11 \\ 2x + 7y = 14 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 2x^2 + 7y^2 = 14 \end{cases}$

Gabarito: B
Solução
Professor (a), o sistema de equações do 1º grau é composto apenas por equações do 1º grau.
D9A-Reconhecer uma representação algébrica de um sistema de equação do primeiro grau.

Atividades relacionadas ao item 1

1. Um sistema de equações pode ser usado para representar situações-problemas da matemática ou do dia-a-dia.
Assinale a alternativa que representa um sistema de equações do 1º grau

(A) $\begin{cases} 4xy = 128 \\ y = 8x. \end{cases}$

(B) $\begin{cases} xy = 12 \\ x + y = 7. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = y - 24 \\ y = 9x. \end{cases}$

(D) $\begin{cases} xy = 50 \\ \frac{x}{2} = y. \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x^2 - y = 17 \\ x - y = 1. \end{cases}$

Gabarito: C
Solução
Resolvendo parcialmente as alternativas, tem-se:
(A) $32x^2 = 128 \rightarrow 2º\ grau$
(B) $x(7 - x) = 12 \rightarrow 2º grau$
(C) $x = 9x - 24 \rightarrow 1º\ grau$
(D) $(2y)y = 50 \rightarrow 2º\ grau$
(E) $(1 + y)^2 - y = 17 \rightarrow 2º\ grau$

D9A-Reconhecer uma representação algébrica de um sistema de equação do primeiro grau.

2. No sistema de equação de primeiro grau, é necessário verificar o grau das equações, após um cálculo inicial para que o sistema seja reduzido apenas a uma equação.
Com base nessas informações, a alternativa que apresenta um sistema de equações do 1º grau é

(A) $\begin{cases} 4x + 2y = 18 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x + y^2 = 22 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 12 \\ xy = 32 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} \frac{3}{x} = y \\ x + y = 4 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + y = 30 \\ 4x - 3y = -6 \end{cases}$

Gabarito: E
Solução
As alternativas A, B, C *e* D *são sistemas que ao serem reduzidos a uma equação, será uma equação de 2º grau.*
Apenas a alternativa E *que ao se reduzir chegará em uma equação de 1º grau.*
D9A-Reconhecer uma representação algébrica de um sistema de equação do primeiro grau.

3. Observe os sistemas de equações a seguir.

(I) $\begin{cases} 4x - y = 14 \\ 3y = -2x. \end{cases}$

(II) $\begin{cases} x - y = 12 \\ \frac{x}{y} = y. \end{cases}$

(III) $\begin{cases} x = \frac{6}{y} \\ y = x + 1. \end{cases}$

(IV) $\begin{cases} xy = 18 \\ \frac{x}{2} = y. \end{cases}$

(V) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ \frac{x-y}{6} = 1. \end{cases}$

Assinale a alternativa que apresentam os sistemas de equações do 1º grau.

(A) I e V.
(B) II e IV.
(C) I e III.
(D) III e V.
(E) IV e V.

Gabarito: A
Solução
Resolvendo parcialmente as alternativas I e V, tem-se:

$$\begin{cases} 4x - y = 14 \\ 3y = -2x \end{cases} \rightarrow 3(4x - 14) + 2x = 0$$

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ \frac{x-y}{6} = 1 \end{cases} \rightarrow (6 + y) - 2y = 5$$

ITEM 3 DA ADA
Observe a matriz a seguir:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \\ 2 & 4 & -8 \end{pmatrix}$$

Usando o teorema de Laplace pode-se encontrar o determinante desta matriz que será igual a

(A) -4.
(B) -2.
(C) 0.
(D) 2.
(E) 4.

Gabarito: E
Solução
Utilizando o teorema de Laplace, tem-se:

$$D = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot a_{13}$$

$$D = 1 \cdot (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -8 \end{vmatrix} + 0.(-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$D = 1 \cdot 1 \cdot 4 + 0 \cdot (-1) \cdot (-10) + 0 \cdot 1 \cdot 6$$
$$D = 4 + 0 + 0$$
$$D = 4$$

D31D-Aplicar a regra de Laplace.

Atividades relacionadas ao item 3

1. Use o teorema de Laplace para calcular o determinante da matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 4 \\ -4 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Solução
Utilizando o teorema de Laplace, tem-se:
D= 0. A_{12} + (2) . A_{22} + 0 . A_{32} + 0. A_{42}
D = (2) . A_{22}

$A_{22} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ -4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

A_{22}= -59
D = (2).(-59)
D=-118

2. O determinante $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ é igual a

(A)1
(B)-1
(C) 0
(D) 2
(E) -2

Gabarito: E

D=(1).A_{13}+0.A_{23}+0.A_{33}+0.A_{43}
D=1.A_{13}

$A_{13} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

A_{13}=-2
D=1. A_{13}
D=1. (-2)
D= -2

3. Utilize o teorema de Laplace para resolver o determinante a seguir:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

D=1. A_{11}+2. A_{12}+0.A_{13}

$A_{11}=(-1)^2.\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 6$

$A_{12}=(-1)^3.\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 1$

$D=1.A_{11}+2.A_{12}+0.A_{13}$

D= 1. (6) +2. (1) + 0

D=8

ITEM 5 DA ADA

Observe o sistema linear a seguir:

$$\begin{cases} x+2y+z=8 \\ 2x-y+z=3 \\ 3x+y-z=2 \end{cases}$$

Assinale a alternativa que corresponde aos valores $D_x;\ D_y; D_z$ aplicando a regra de Cramer.

(A) $D_x = 8;\ D_y = 3; D_z = 2$
(B) $D_x = 10;\ D_y = 5; D_z = 5$
(C) $D_x = 15;\ D_y = 30; D_z = 45$
(D) $D_x = 10;\ D_y = 20; D_z = 30$
(E) $D_x = 45;\ D_y = 30; D_z = 15$

Gabarito: C
Solução
O estudante deverá:

- *Encontrar a matriz incompleta:*

  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

- *Calcular o determinante representado por D:*

  $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{matrix}$

  $D = 1+6+2+3-1+4 = \ D_x = 15$

- *Substituir os termos independentes na segunda coluna da matriz incompleta:*

  $A_y = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

- *Calcular o determinante D_y:*

$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 8 \\ 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{matrix}$

$D_y = -3+24+4-9-2+16 = D_y = 30$

- *Substituir os termos independentes na terceira coluna da matriz incompleta:*

$A_z = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

- *Calcular o determinante D_z:*

$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{matrix}$

$D_z = -2+18+16+24-3-8 = D_z = 45$

D31C-Aplicar a regra de Cramer.

Atividades relacionadas ao item 5

1. Resolva o sistema a seguir pela regra de Cramer:

$$\begin{cases} x+y+z=12 \\ 2x-y+2z=12 \\ x-y-3z=-16 \end{cases}$$

Solução
O estudante deverá:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{matrix} = 12$

$A_x = \begin{bmatrix} 12 & 1 & 1 \\ 12 & -1 & 2 \\ -16 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

$\det A_x = \begin{vmatrix} 12 & 1 & 1 \\ 12 & -1 & 2 \\ -16 & -1 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 12 & 1 \\ 12 & -1 \\ -16 & -1 \end{matrix} = 36$

$A_y = \begin{bmatrix} 1 & 12 & 1 \\ 2 & 12 & 2 \\ 1 & -16 & -3 \end{bmatrix}$

$\det A_y = \begin{vmatrix} 1 & 12 & 1 \\ 2 & 12 & 2 \\ 1 & -16 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 12 \\ 2 & 12 \\ 1 & -16 \end{matrix} = 48$

$A_z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 12 \\ 2 & -1 & 12 \\ 1 & -1 & -16 \end{bmatrix}$

$\det A_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 12 \\ 2 & -1 & 12 \\ 1 & -1 & -16 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{matrix} = 60$

Segundo a regra de Cramer, tem-se que:

$x = \frac{detA_x}{det_A} = \frac{36}{12} = 3$

$y = \frac{detA_y}{det_A} = \frac{48}{12} = 4$

$z = \frac{detA_z}{det_A} = \frac{60}{12} = 5$

2. Resolva o sistema a seguir utilizando a regra de Cramer:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y - z = -4 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$$

Solução
O estudante deverá calcular:

D = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

det D = $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{matrix} =$

$det\ D = -1 - 2 - 1 + 2 - 1 - 1 = -4$

$D_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 6 & 1 \\ -4 & -1 \\ 1 & -1 \end{matrix}$

$D_x = -6 - 1 + 4 + 1 - 6 + 4 = \ D_x = -4$

$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 6 \\ 1 & -4 \\ 2 & 1 \end{matrix}$

$D_y = -4 - 12 + 1 + 8 + 1 - 6 = \ D_y = -12$

$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{matrix}$

$D_z = -1 - 8 - 6 + 12 - 4 - 1 = \ D_z = -8$

Segundo a regra de Cramer, tem-se que:

$x = \frac{detD_x}{det_D} = \frac{-4}{-4} = 1$

$y = \frac{detD_y}{det_D} = \frac{-12}{-4} = 3$

$x = \frac{detD_z}{det_D} = \frac{-8}{-4} = 2$

3. Resolva o sistema a seguir pela regra de Cramer:

$$\begin{cases} x & +2y & -z = 2 \\ 2x & -y & +z = 3 \\ x & +y & -z = 6 \end{cases}$$

Solução
O estudante deverá calcular:

D = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

D = $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$

$Det\ (D) = 1 + 2 - 2 - 1 + 4 = 4$

D_x = $\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 6 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 2 \\ 3 & -1 \\ 6 & 1 \end{matrix}$

$Det(D_x) = 2 + 12 + (-3) - 6 - 2 + 6 = 9$

$x = \frac{D_x}{D} = \frac{9}{3} = 3$

D_y = $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{matrix}$

$Det(D_y) = -3 + 2 + (-12) + 4 + (-6) + 3 = -12$

$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-12}{3} = -4$

D_z = $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$

$Det(D_z) = -6 + 6 + 4 + (-24) + (-3) + 2 = -21$

$z = \frac{D_z}{D} = \frac{-21}{3} = -7$

ITEM 6 DA ADA

Observe a matriz a seguir:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & -1 & 4 \\ -5 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Usando o teorema de Laplace, pode-se encontrar o determinante desta matriz que será igual a

(A) 121.
(B) 137.
(C) 141.
(D) 156.
(E) 182.

Gabarito: D

Solução

Usa-se a coluna 2 da referida matriz, pois o número de elementos nulos facilitará as contas.

2ª coluna (0 , -2 , 0 , 0)

Utilizando o teorema de Laplace:

$D = 0.A_{12} + (-2).A_{22} + 0.A_{32} + 0.A_{42}$

$D = -2 . A_{22}$

Agora calcule A_{22}

$$A_{22} = -2 - 40 + 0 + 0 - 12 - 24$$

$$A_{22} = -78$$

Voltando ao determinante tem-se:

$D = -2.(-78)$

$D = 156$

D31D-Aplicar a regra de Laplace.

Atividades relacionadas ao item 6

1. Aplicando o teorema de Laplace encontre o determinante da matriz a seguir:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & -1 & 4 \\ -5 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

Solução

A escolha da linha ou coluna para calcular o cofator é aleatória, mas para facilitar escolhe-se aquela que tiver maior número de 0, assim, tem-se que fazer menos cálculos. Então, 2ª coluna:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & -1 & 4 \\ -5 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

Utilizando o teorema de Laplace, tem-se:

D= 0. A_{12} *+ (-2) ·* A_{22} *+ 0 ·* A_{32} *+ 0·* A_{42}

D = (-2) · A_{22}

$$A22 = (-1)^4 \cdot \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 6 & -1 & 4 & 6 & -1 \\ -5 & 3 & 2 & -5 & 3 \end{array}\right|$$

$$0 \;\; -12 \;\; -24 \qquad -2 \;\; -40 \;\; 0$$

D = (-2) . (-78)

D = 156

2. Calcule o determinante da matriz a seguir utilizando o Teorema de Laplace.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Solução

Deve-se escolher uma linha ou uma coluna da matriz A.

Se escolher a coluna 2, tem-se:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & \boxed{3} & 5 & 6 \\ 4 & \boxed{2} & 1 & 1 \\ 5 & \boxed{1} & 2 & 3 \\ 6 & \boxed{1} & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Pelo teorema de Laplace, sabe-se que:

D = 3·A_{12} *+ 2·*A_{22} *+ 1·*A_{32} *+ 1·*A_{42}

Segue que:

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (49 - 58) = 9$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (188 - 140) = 48$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (106 - 82) = -24$$

$$A_{42} = (-1)^{4+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot (79 - 94) = -15$$

Assim, o determinante da matriz A será:

D = 3·9 + 2·48 + 1·(-24) + 1·(-15) = 27 + 96 - 24 - 15 = 84

3. O cofator do elemento A22 da matriz A

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ é:

(A) 1
(B) 2
(C) 4
(D) – 3
(E) 3

Gabarito: D
Para determinar o cofator, faz-se o determinante da matriz sem a linha e a coluna que esse elemento se encontra:

$$A= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

Assim, obtém-se a seguinte matriz de ordem 2, Veja:

$$A22 = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} -3 & 0 \end{array}$$

A_{22}= - 3

ITEM 7 DA ADA

Observe a matriz de ordem 3 a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

O determinante dessa matriz é igual a

(A) 21.
(B) 31.
(C) -31
(D) -51.
(E) 51.
Gabarito: D
Solução
Para resolver o item, representa a matriz em forma de determinante e repete-se as duas primeiras colunas.

$$\det A= \left|\begin{array}{ccc|cc} 5 & 0 & 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{array}\right.$$

Depois calcula-se os produtos das diagonais principais e os produtos das diagonais secundárias.

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 5 & 0 & 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 40 & 0 & -15 & 0 & 4 \end{array}$$

Pega-se o oposto dos produtos das diagonais secundárias e somar com os produtos das diagonais principais.
Det B = – (0 + 40 + 0) –15 + 0 + 4 = – 40 – 11 = – 51
Assim, o determinante da matriz A de ordem 3 é -51.
D31B-Calcular o determinante de uma matriz de ordem 3X3.

Atividades relacionadas ao item 7

1. Encontre o determinante da matriz 3x3 a seguir

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

Solução

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 3 & 2 \end{array}\right.$$

(1.4.0) + (0.1.3) + (2.2.2) – (3.4.2) – (2.1.1) – (0.2.0) =
x = 8 – 24 – 2
x = – 18

2. Observe a matriz A 3x3 a seguir:

$$Det\ A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

O determinante da matriz 2A é igual a

(A) 40.
(B) 10.
(C) 18.
(D) 16.
(E) 36.

Gabarito A.
Solução

$$Det\ A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$Det\ A = 8 + 0 + 3 - 0 - 2 - 4$$
$$Det\ A = 5$$

Utilizando a propriedade
Det2 A = 2^3. Det A
Det2A = 8.5
Det2A = 40.
Assim, o determinante da matriz 2A é igual a 40.

3. Sabendo que A é uma matriz quadrada de ordem 3 e que o determinante de A é -2, encontre o valor do determinante da matriz 3A.

Solução
Para resolver a questão, utiliza-se uma das propriedades das determinantes:

$$\det(k.A) = k^n \cdot detA$$

Onde n é a ordem da matriz quadrada.
Desta propriedade tem-se que:

$$\det(3A) = 3^3 \cdot (-2) = 27 \cdot (-2) = -54$$

ITEM 8 DA ADA

Observe a matriz completa a seguir:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ 32 \\ 24 \end{pmatrix}$$

A solução desse sistema de equações associado a essa matriz é representado por

(A) $x = 3,\ y = 1\ e\ z = 4.$
(B) $x = 1,\ y = -4\ e\ z = 3.$
(C) $x = -1,\ y = 3\ e\ z = 4.$
(D) $x = 4,\ y = 3\ e\ z = 1.$
(E) $x = -3,\ y = 4\ e\ z = -1.$

Gabarito: A
Solução
O sistema gerado através do produto entre as matrizes é igual a

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 26 \\ 3x + 3y + 5z = 32 \\ 4x + 4y + 2z = 24 \end{cases}$$

Desenvolvendo o escalonamento do sistema tem-se a solução $x = 3, y = 1\ e\ z = 4$.
D31-Determinar a solução de um sistema linear, associando-o a uma matriz.

Atividades relacionadas ao item 8

1. Observe o sistema linear a seguir:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = -3 \\ x - y + z = -2 \end{cases}$$

Determine:
a) A matriz completa associada a este sistema.
b) A equação matricial que representa o sistema.
c) A solução do sistema pelo método de escalonamento.

Solução

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = -3 \\ x - y + z = -2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -3y + z = -7 & \leftarrow (-2) \cdot 1^a\ eq. + 2^a\ eq. \\ -2y + 0z = -4 & \leftarrow (-2) \cdot 1^a\ eq. + 3^a\ eq. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -3y + z = -7 \\ -2z = 2 & \leftarrow (-2) \cdot 2^a\ eq. + 3 \cdot 3^a\ eq. \end{cases}$$

Logo, $z = -1;\ y = 2\ e\ x = -1$
$S = \{(-1,2,-1)\}$

2. Observe a seguir a representação matricial de um sistema.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$$

A solução do sistema de equações associado a essa representação matricial é

(A) $x = 3, y = 2\ e\ z = 1.$
(B) $x = 1, y = 2\ e\ z = 3.$
(C) $x = -1, y = 3\ e\ z = -2.$
(D) $x = 2, y = 3\ e\ z = -1.$
(E) $x = -3, y = -2\ e\ z = -1.$

Gabarito: B
Solução
O sistema gerado através do produto entre as matrizes é igual a

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ 3x + 3y - 2z = 3 \end{cases}$$

Desenvolvendo o escalonamento do sistema tem-se a solução $x = 1, y = 2\ e\ z = 3$.

3. Observe a seguir a representação matricial de um sistema.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

A matriz solução do sistema de equações associado a essa representação matricial é

(A) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(B) $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(C) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

(D) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(E) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Gabarito: B
Solução
O sistema gerado através do produto entre as matrizes é igual a

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ x - 2y + z = 5 \\ -x + y + z = 3 \end{cases}$$

Desenvolvendo o escalonamento do sistema tem-se a solução $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

ITEM 9 DA ADA

Observe o sistema a seguir:

$$\begin{cases} 2x + 8y = 0 \\ 9x + 6y = 15 \end{cases}$$

Aplicando a *regra de Cramer* a solução do sistema linear é

(A) $(-2; -0{,}5)$.
(B) $(2; -0{,}5)$.
(C) $(2; 0{,}5)$.
(D) $(-0{,}5; 2)$.
(E) $(-0{,}5; -2)$.

Gabarito: B
Solução
Utilizando a regra de Cramer para determinar os valores de x e y. Segue os passos a seguir.
Passo 1.
Encontre-se o determinante (D), da matriz incompleta dos coeficientes.

$D = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow D = 12 - 72 = -60$

Como $D \neq 0$ então o sistema é possível e determinado.
Passo 2.
A solução desse sistema é dada por: $x = \frac{D_x}{D}$ e $y = \frac{D_y}{D}$ onde:

$D_x = \begin{vmatrix} 0 & 8 \\ 15 & 6 \end{vmatrix} \rightarrow 0 - 120 \rightarrow D_x = -120$

$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 9 & 15 \end{vmatrix} \rightarrow 30 - 0 \rightarrow D_y = 30$

$x = \frac{-120}{-60} = 2$ *e* $y = \frac{30}{-60} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$

Portanto, a solução do sistema é o par ordenado $(2; -0{,}5)$.
D31C-Aplicar a regra de Cramer.

Atividades relacionadas ao item 9

1. Observe o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Aplicando a *regra de Cramer* a solução do sistema linear é

(A) $(-2; -4)$.
(B) $(2; 4)$.
(C) $(-2; 4)$.
(D) $(-4; 2)$.
(E) $(4; -2)$.

Gabarito: B
Solução
Utilizando a regra de Cramer para determinar os valores de x e y. Segue os passos a seguir.
Passo 1.
Encontre-se o determinante (D), da matriz incompleta dos coeficientes.

$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow D = 2 - 1 = 1$

Como $D \neq 0$ então o sistema é possível e determinado.
Passo 2.
A solução desse sistema é dada por: $x = \frac{D_x}{D}$ e $y = \frac{D_y}{D}$ onde:

$D_x = \begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow 8 - 6 \rightarrow D_x = 2$

$D_y = \begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow 12 - 8 \rightarrow D_y = 4$

$x = \frac{2}{1} = 2$ *e* $y = \frac{4}{1} = 4$

Portanto, a solução do sistema é o par ordenado $(2; 4)$.

2. Observe o sistema a seguir.

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$$

Aplicando a *regra de Cramer* a solução do sistema linear é

(A) $(2; -3)$.
(B) $(-2; -3)$.
(C) $(-1; 3)$.
(D) $(2; 3)$.
(E) $(1; -3)$.
Gabarito: D
Solução
Utilizando a regra de Cramer para determinar os valores de x e y. Segue os passos a seguir.
Passo 1.
Encontre-se o determinante (D), da matriz incompleta dos coeficientes.
$D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \to D = 9 - 2 = 7$
Como $D \neq 0$ então o sistema é possível e determinado.
Passo 2.
A solução desse sistema é dada por: $x = \frac{D_x}{D}$ e $y = \frac{D_y}{D}$
onde:
$D_x = \begin{vmatrix} 9 & 1 \\ 13 & 3 \end{vmatrix} \to 27 - 13 \to D_x = 14$
$D_y = \begin{vmatrix} 9 & 3 \\ 13 & 2 \end{vmatrix} \to 39 - 18 \to D_y = 21$
$x = \frac{14}{7} = 2$ *e* $y = \frac{21}{7} = 3$

Portanto, a solução do sistema é o par ordenado $(2; 3)$.

3. Observe o sistema a seguir.
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$
Aplicando a *regra de Cramer* a solução do sistema linear é

(A) $(-2; -4)$.
(B) $(2; 4)$.
(C) $(-2; 4)$.
(D) $(-4; 2)$.
(E) $(4; -2)$.
Gabarito:
Solução
Utilizando a regra de Cramer para determinar os valores de x e y. Segue os passos a seguir.
Passo 1.
Encontre-se o determinante (D), da matriz incompleta dos coeficientes.
$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \to D = -2 - 3 = -5$
Como $D \neq 0$ então o sistema é possível e determinado.
Passo 2.
A solução desse sistema é dada por: $x = \frac{D_x}{D}$ e $y = \frac{D_y}{D}$
onde:
$D_x = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} \to -5 - 5 \to D_x = -10$
$D_y = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \to 10 - 15 \to D_y = -5$
$x = \frac{-10}{-5} = 2$ *e* $y = \frac{-5}{-5} = 1$

Portanto, a solução do sistema é o par ordenado $(2; 1)$.

ITEM 10 DA ADA

Observe o sistema a seguir:
$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y + z = 6 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$$

A solução desse sistema é igual a

(A) $(2, 1, 3)$.
(B) $(-2, 1, -3)$.
(C) $(2, -1, 3)$.
(D) $(-2, -1, -3)$.
(E) $(1, 2, 3)$.
Gabarito: E
Solução
Aplica-se a regra de Cramer utilizando a matriz incompleta do sistema linear. Nessa regra utiliza-se Sarrus no cálculo do determinante das matrizes estabelecidas. Observe o determinante da matriz dos sistemas:
$$B = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow D = 5$$
Regra de Sarrus: soma dos produtos da diagonal principal subtraída da soma dos produtos da diagonal secundária.

Substituir a 1ª coluna da matriz dos sistemas pela coluna formada pelos termos independentes do sistema.
$$B_x = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow D_x = 5$$
Substituir a 2ª coluna da matriz dos sistemas pela coluna formada pelos termos independentes do sistema.
$$B_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow D_y = 10$$
Substituir a 3ª coluna da matriz dos sistemas pela coluna formada pelos termos independentes do sistema.

$$B_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow D_z = 15$$

De acordo com regra de Cramer, tem-se:

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{5}{5} = 1$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{10}{5} = 2$$

$$z = \frac{Dz}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

Portanto, o conjunto solução do sistema de equação:

$x = 1, y = 2$ *e* $z = 3.$

D31-Determinar a solução de um sistema linear, associando-o a uma matriz.

Atividades relacionadas ao item 10

1. Encontre a solução do sistema a seguir associando-o a uma matriz.

$$\begin{cases} 2x + 8y = 0 \\ 9x + 6y = 15 \end{cases}$$

Solução

Note-se que a matriz incompleta desse sistema é:

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$$

Onde o determinante é dado por D = 2·6 – 8·9 →12 – 72 → – 60

Verifica-se que o D ≠ 0, então o sistema é possível e determinado.

A solução desse sistema será dada por:

x = ***Dx / D*** *e y = Dy / D*

Onde Dx e Dy são obtidos trocando a coluna x ou a y (de acordo com a que está calculando) pela coluna dos termos independentes. Observe:

Calculando Dx:

$$\begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 15 & 6 \end{pmatrix}$$

0·6 – 8·15 = – 120

x = Dx / D = – 120/– 60 = 2

x = 2

Calculando Dy:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 9 & 15 \end{pmatrix}$$

2·15 – 0·9 = 30

y = Dy / D = 30 / – 60 = – 0,5

y = – 0,5

Logo, a solução do sistema será (2; -0,5).

2. Resolva o sistema a seguir aplicando a Regra de Cramer.

$$\begin{cases} 2x + 4y + 2z = 18 \\ 4x + 2y - 2z = 6 \\ 6x - 2y - 4z = -8 \end{cases}$$

Solução

Obtendo a Matriz incompleta:

2	4	2
4	2	-2
6	-2	-4

Obtendo D: (aplicar regra de Sarrus)

2	4	2	2	4
4	2	-2	4	2
6	-2	-4	6	-2

[-16 + (-48) + (-16)] – [-64 + 8 + 24]

-16 -48 -16 +64 -8 -24

-48

Calculando x:

Dx:

18	4	2	18	4
6	2	-2	6	2
-8	-2	-4	-8	-2

-144 + 64 – 24 + 96 – 72 + 32

-48

x = Dx / D = -48/-48 = 1

x = 1

Calculando y:

Dy:

2	18	2	2	18
4	6	-2	4	6
6	-8	-4	6	-8

-48 -216 -64 +288 -32 -72

-144

y = Dy / D = -144/-48 = 3

y = 3

Calculando z:

Dz:

2	4	18	2	4
4	2	6	4	2
6	-2	-8	6	-2

-32 +144 -144 +128 +24 -216

-96

z = Dz / D = -96 / -48 = 2
z = 2

Logo, a solução do sistema será (1, 3, 2).

3. Utilizando a Regra de Cramer, determine o valor da incógnita y no seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 2x+3y+3z=18 \\ 3x+2y+5z=23 \\ 5x+4y+2z=27 \end{cases}$$

No cálculo do determinante das matrizes indicadas utiliza-se o método de Sarrus.

$$D=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}=8+75+36-30-18-40=31$$

$$Dy=\begin{vmatrix} 2 & 18 & 3 \\ 3 & 23 & 5 \\ 5 & 27 & 2 \end{vmatrix}=92+450+243-345-108-270=6$$

y = Dy / D
y = 62/31
y = 2

O valor da incógnita y no sistema de equações é 2.

ITEM 12 DA ADA

Observe a matriz a seguir:

$$M=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1{,}5 \\ 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

O sistema correspondente à matriz M é igual a

(A) $\begin{cases} -x+2y=1{,}5 \\ -3x+y=-8. \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 1{,}5x+2y=-1 \\ 8x+y=3\,. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x-2y=15 \\ 1x+3y=8. \end{cases}$

(D) $\begin{cases} -x+2y=1{,}5 \\ 3x+y=8. \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 3x+y=1{,}5 \\ -x+2y=8\,. \end{cases}$

Gabarito: D

Solução

Professor(a), neste item, visa verificar a simples associação entre uma matriz e sua representação em um sistema de equações.

Os elementos das colunas 1 e 2 da matriz, representam, respectivamente, os coeficientes de x e y e o elementos da 3ª coluna são os termos independentes

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x & y & c \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1{,}5 \\ 3 & 1 & 8 \end{bmatrix} \end{array}$$

Cada equação pode ser escrita como $ax+by=c$. *Assim, na primeira linha, a equação correspondente é*

$$-1x+2y=1{,}5 \rightarrow -x+2y=1{,}5$$

e na segunda linha a equação correspondente é

$$3x+1y=8$$

Logo, o sistema correspondente é o que está na alternativa D.

D31A-Associar o sistema a uma matriz.

Atividades relacionadas ao item 12

1. Dada a matriz a seguir:

$$B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 119 \\ 2 & 3 & 5 & 202 \\ 2 & 1 & 2 & 118 \end{pmatrix}$$

O sistema correspondente a essa matriz é

(A) $x+2y+2z=119;\ 2x+3y+z=202$ *e* $3x+5y+2z=118.$

(B) $3x+2y+z=119;\ 5x+3y+2z=202$ *e* $2x+y+2z=118.$

(C) $2x+2y+z=119;\ x+3y+2z=202$ *e* $2x+5y+3z=118.$

(D) $3x+5y+2z=119;\ 2x+3y+z=202$ *e* $x+2y+2z=118.$

(E) $x+2y+3z=119;\ 2x+3y+5z=202$ *e* $2x+y+2z=118.$

Gabarito: E

Solução

Professor(a), neste item, visa verificar a simples associação entre uma matriz e sua representação em um sistema de equações.

Observando os valores dos elementos de cada linha e coluna da matriz,

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} \quad x & y & z & d \end{matrix} \\ B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 119 \\ 2 & 3 & 5 & 202 \\ 2 & 1 & 2 & 118 \end{pmatrix} \end{array}$$

Cada linha da matriz pode ser escrita na forma: $ax+by+cz=d$. *Assim a*

1ª linha fica: $x+2y+3z=119;$

2ª linha fica: $2x+3y+5z=202$ *e a*

3ª linha fica: $2x + y + 2z = 118.$

Logo, o sistema correspondente é o que está na alternativa E.

D31A-Associar o sistema a uma matriz.

2. Observe a matriz a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

O sistema correspondente à matriz A é

(A) $\begin{cases} 2y = 1 \\ x + y = 0. \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x \quad = 1 \\ x - y \ = 0. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 1x + 3y = 8. \end{cases}$

(D) $\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ 3x + y = 0. \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ -x + 2y = 8. \end{cases}$

Gabarito: B

Solução

Professor(a), neste item, visa verificar a simples associação entre uma matriz e sua representação em um sistema de equações.

Observando os valores dos elementos de cada linha e coluna da matriz,

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & c \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Cada linha da matriz pode ser escrita na forma: $ax + by = c$. *Assim a*

1ª linha fica: $2x + 0y = 1 \rightarrow 2x = 1$ *e a*

2ª linha fica: $1x - 1y = 0 \rightarrow x - y = 0$.

Logo, o sistema correspondente é o que está na alternativa B.

D31A-Associar o sistema a uma matriz.

3. Observe o sistema a seguir:

$$\begin{cases} x - 4z \qquad = 2 \\ -x - 3y + 4z = -2 \\ 2x + y - 3z \ = 5 \end{cases}$$

A matriz completa correspondente ao sistema é

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & 2 \\ -1 & -3 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & -3 & -4 & -5 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -5 & 4 \end{bmatrix}.$

(E) $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$

Gabarito: C

Solução

Professor(a), neste item, visa verificar a simples associação entre um sistema e sua representação matricial.

Observando os valores dos coeficientes de cada uma das equações do sistema tem-se

$x - 4z = 2 \rightarrow (1, 0, -4, 2)$

$-x - 3y + 4z = -2 \rightarrow (-1, -3, 4, -2)$

$2x + y - 3z = 5 \rightarrow (2, 1, -3, 5)$

Assim, a alternativa C é a matriz correspondente ao sistema.